Trakya Eğitim Dergisi

ISSN: 2630-6301
Yayımcı: Trakya Üniversitesi

Vol. 16, No. 1, 219-261, 2026
DOI: 10.24315/tred.1579021

Araştırma Makalesi

Matematiksel Düşünme Stilleri ve Problem Çözmeye Yönelik İnançlar*

Figen Uysal[1*]
Dilek Kırbaş[2]

[1]Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, Bilecik, Türkiye
figen.uysal@bilecik.edu.tr.

[2]Milli Eğitim Bakanlığı, Bursa
dilekkirbas0@gmail.com

*Sorumlu Yazar

Geliş tarihi:04.11.2024
Kabul tarihi:24.11.2024
Yayım tarihi: 31.01.2026

Özet: Bu araştırmada, lise öğrencilerinin problem çözme sürecinde tercih ettikleri matematiksel düşünme stillerinin ve problem çözmeye yönelik inançlarının cinsiyet ve sınıf düzeyi değişkenleri açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma, nicel araştırma yöntemlerinden tarama ve ilişkisel tarama modelleri ile yürütülmüştür. Araştırmaya, Bursa iline bağlı iki ilçede yer alan ve üç farklı lisede öğrenim gören dokuz, on ve onbirinci sınıfta bulunan toplam 462 öğrenci katılmıştır. Araştırma verileri Matematik İşlem Testi ve Matematiksel Problem Çözmeye İlişkin İnanç Ölçeği ile toplanmıştır. Elde edilen verilerin analizinde Tek Yönlü Varyans Analizi, Bağımsız Gruplar için t-testi ve Korelasyon Analizi kullanılmıştır. Araştırma sonuçları, öğrencilerin çoğunlukla harmonik düşünme stiline sahip olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin düşünme stillerinin dağılımlarında sınıf düzeyi ve cinsiyet değişkenleri açısından anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel problem çözmeye ilişkin inanç düzeyleri orta düzey olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin inanç puanları cinsiyet ve sınıf düzeyi değişkenlerine göre de istatistiksel olarak anlamlı farklılaşmamaktadır. Son olarak, öğrencilerin matematiksel düşünme stilleri ile problem çözmeye yönelik inançlarının sadece problem çözme becerisi alt boyutu arasında pozitif yönde ve zayıf düzeyde bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelime: Matematiksel Düşünme Stilleri, Problem Çözmeye Yönelik İnançlar, Lise Matematik Eğitimi, Lise Öğrencileri

GİRİŞ

Eğitim ve öğretimin temel hedeflerinden biri, bireylere düşünmeyi ve araştırma yapmayı öğreterek kendi düşünce sistemlerini oluşturmalarını ve yapılandırdıkları bilgileri yeni nesillere aktarmalarını sağlamaktır (Ersoy ve Başer, 2013). Günümüzün hızla değişen teknoloji ve bilgi dünyasında ihtiyaç duyulan eğitim de değişmekte ve öğrencinin zihinsel ve fiziksel olarak aktif olduğu, bireysel yetenek ve becerilerin geliştirilmesi için öğrenci ve ihtiyaçlarının ön planda yer aldığı bir nitelik kazanmaktadır (Bulut, 2004). Bununla birlikte, bireyi yaşamları boyunca neredeyse sonsuz olasılık barındıran durumlar ile başa çıkmak ve başarıya ulaşmak için gereken problem çözme, iletişim, empati ve muhakeme yapma gibi üst düzey düşünme becerilerini kazandırmak da amaçlanmaktadır (Baykul, 2009). Bu amaca ulaşmak için en etkili araçlardan biri de matematik eğitimidir. Matematik eğitimi ile birey günlük hayatta kullanılan temel işlemler becerilerini kazanmanın yanı sıra düşünme, akıl yürütme, olaylar arasında bağlantı kurma ve problem çözme gibi becerileri geliştirir ve böylece karmaşık olan yaşamın üstesinden gelmeye ve yaşamına yön vermeye çalışır (Umay, 2002). Matematik eğitiminin bir başka amacı da sanayi ve teknolojinin ihtiyacı olan elemanları yetiştirmekle birlikte akademik olarak çalışacak matematik bilimcilerini yetiştirmektir (Baki, 2006). Altun'a (2008) göre ise matematik öğretiminin genel amacı, kişiye günlük hayatta gerekli olan matematiksel bilgi ve becerileri kazandırıp, problem çözmeyi öğreterek olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alarak bir düşünme biçimi kazandırmaktır.

Düşünme bir sorun veya problemi çözme etkinliğidir ve aynı zamanda anlamayı ortaya çıkaran bir süreç olarak görülmektedir (Yıldırım, 2015). Matematiksel düşünme olgusu ise matematiğin kendine has bir düşünme biçimini barındır. Matmatiğin araştırmacılar tarafında ortaya konan bazı tanımlarına bakıldığında matematiğin düşünme ile ilişkilendirildiği görülebilir. Örneğin Tural'a (2005) göre matematik, düşünmeyi geliştiren bir araçtır. Baki vd. (2002) ise matematiği düşünme biçimi ve düşünme alışkanlıkları olarak tanımlamaktadır.

Cite as (APA 7): Uysal F., & Kırbaş D. (2026). Matematiksel Düşünme Stilleri ve Problem Çözmeye Yönelik İnançlar. *Trakya Eğitim Dergisi, 16*(1), 219—261. https://doi.org/10.24315/tred.1579021
*Çalışmamız ikinci yazarın "Lise Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Stillerinin ve Problem Çözmeye Yönelik İnançlarının İncelenmesi" başlıklı yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

This is an open Access paper distributed under the terms of Conditidions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.

Matematiksel düşünme en genel anlamda matematiksel teknikleri, kavramları ve süreçleri doğrudan veya dolaylı olarak problem çözerken kullanma olarak düşünülebilir (Henderson vd., 2003). Buradan hareketle matematiksel düşünme ve problem çözmenin beraber ele alınması gereken iki kavram olduğu söylenebilir.

Bununla birlikte, öğrencilerin bireysel farklılıkları problem çözme sürecinde öğrencilerin matematiksel bilgiyi oluştururken farklı yollar kullanabilecek olma ihtimalini yani farklı düşünme biçimlerini kullanabilecekleri fikrini de beraberinde getirmektedir (Huincahue vd., 2021). Örneğin bazı öğrenciler matematiksel bir problem ile uğraşırken cebirsel ya da fonksiyonel cevaplara götürecek düşünme biçimini tercih ederken, bazıları da görsel/şekilsel düşünmeyi işe koşabilir. Öğrencilerin bir matematiksel görevle ya da problem çözme etkinliklerinde matematiksel bilgiyi oluştururen kullandıkları bu farklı yaklaşımlar, matematiksel düşünme stili olarak ele alınmaktadır (Akçakın ve Kaya, 2020).

Matematiksel Düşünme Stilleri

Matematiksel düşünme stilleri kişinin matematiği ne kadar iyi anladığıyla ilgili olmayıp matematiği anlama ve öğrenme sürecindeki yaklaşımıyla ilgilidir. Matematiksel düşünme sürecince öğrencilerin farklı yaklaşım göstermesine matematiksel düşünme stilleri neden olabilmektedir (Borromeo Ferri, 2012; Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Matematiksel düşünme stilleri performansa değil bireyin tercihlerine bağlıdır ve temelinde Sternberg'in düşünme stilleri teorisi yer almaktadır (Borromeo Ferri, 2012, 2015; Burton, 1999; Sternberg, 1997). Sternberg'e (1997) göre düşünme stili düşünmenin tercih edilen şeklidir yani yetenek değil, düşünme yoludur ve bireyin sahip olduğu yeteneklerini kullanmak için kişinin hangi yolu tercih ettiğiyle ilgilidir.

Matematiksel düşünme stilleri çeşitli araştırmacılar tarafından farklı şekillerde gruplandırılmıştır. Örneğin Krutetskii (1976) analitik/biçimsel, geometrik ve harmonik olarak isimlendirilen üç farklı düşünme stilinden bahseder. Analitik düşünme stiline sahip bireyler matematiksel görevlerde görsel nesnelere ya da adımlara ihtiyaç duymazlar ve mantıksal çözümü tercih ederler. Şekil, diyagram, grafik ve tablo gibi araçlar yardımı ile problem çözenler ise geometrik (görsel) stile sahiptir. Geometrik (görsel) ve analitik düşünmeyi koşullara göre dönüşümlü kullananlar ise harmonik düşünenlerdir (Krutetskii, 1976). Mevcut çalışmada bu sınıflandırma teorik çerçeve olarak kullanılmıştır.

Suwarsono (1982) ve Presmeg (1986) görsel ve görsel olmayan olmak üzere iki çeşit matematiksel düşünme stilinden bahsetmektedirler. Burton (1999) genel olarak: görsel, analitik ve kavramsal olarak üç şekilde sınıflamaktadır. Kural ve sembol şeklinde düşünenleri analitik, şekiller (çizimler, grafikler vb.) ile düşünenleri görsel eğilimli ve sınıflandırma yapabilen, fikirler ile düşünenleri ise kavramsal eğilimliler olarak isimlendirmektedir. Burton (1999) ve Krutetskii'nin (1976) matematiksel düşünme stilleri sınıflaması birbirine benzemektedir. Analitik ve görsel (geometrik) düşünme stilleri kavramları her iki araştırmacı tarafından benzer şekilde tanımlansa da Burton'un kavramsal düşünme stili ile Krutetskii'nin harmonik düşünme stili farklılık göstermektedir. Akçakın ve Kaya (2020) bunun bir nedenin matematiksel düşünme stilleri üzerine yapılan bu sınıflandırmaların genellikle gözleme dayalı olması ve deneysel çalışmalara dayanmaması olabileceğini ifade etmektedirler.

Matematiksel düşünme stillerine ilişkin bir diğer sınıflama da Borromeo Ferri (2012, 2015) tarafından alanyazına kazandırılmıştır. 9. ve 10. sınıf öğrencileri ile yapmış olduğu deneysel çalışmaya bağlı olarak araştırmacı görsel, analitik ve bütünleşik olmak üzere üç çeşit düşünme stili ortaya koymuştur Borromeo Ferri (2015)'nin sınıflandırması Krutetskii'nin (1976) sınıflandırmasına benzerlik göstermekle birlikte Borromeo Ferri söz konusu kavramların daha işlevsel ve detaylı tanımlarını vermiştir. Borromeo Ferri (2015)'nin düşünme stillerine ilişkin tanımları aşağıda verilmektedir:

Analitik düşünme stili: Bu düşünme tarzına göre düşünenler matematiksel problemleri çözerken görsel yolla çözmeye uğraşmazlar yani matematiksel gelişimleri tek yönde analitik olarak gelişir. Matematiksel durumları sözel veya sembolik yöntemlerle içsel biçimsel imgelemeyi düşünmeyi tercih ederler ve genellikle de bütün olarak olaylara/durumlara yaklaşmak yerine adım adım yaklaşmayı tercih ederler.

Görsel düşünme stili: Bu düşünme stilini kullananlar ise zihinde görsel şekiller oluştururlar (kendilerinin hayal gücüyle oluşturduğu içsel resimler) ve zihnin dışında görsel şekiller oluşturmayı (dışsal resim temsili)

tercih ederler. Ayrıca matematiksel bağlantıları ve olayları da bütüncül bakış açısıyla anlarlar. Deneyimleri içsel hayal gücünü etkiler.

Bütünleşik (harmonik/bütünsel) düşünme stili: Bu düşünme stiline sahip bireyler görsel ve analitik düşünmeyi birlikte ve dengeli şekilde kullanırlar ayrıca matematiksel ifadelerin oluşturduğu bağlantıları kolaylıkla kurabilirler ve farklı temsiller veya ilerleme biçimleri arasında esnek bir şekilde geçiş yapabilirler.

Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnançlar

Matematiksel düşünmenin temel bileşenlerinden biri de problem çözmedir. (Polya, 1945; Schoenfeld, 1992). Problem çözme kavramının anlaşılabilmesinin temel gereklerinden biri ise problemin ne olduğunun tanımlanması ile ilgilidir. Problem, günlük yaşamda doğrudan çözüm yolu bilinmeyen ancak çözüme ihtiyaç duyulan herhangi bir durum olarak ifade edilmektedir (Polya, 1962). Sheffield ve Cruikshank'a (2005) göre ise problem, çözümü önceden bilinmeyen ve bireyde karmaşıklık yaratan soru veya durumlardır. Matematik açısından ise problem, bulunması ya da gösterilmesi gereken fakat nasıl bulunacağı veya gösterileceği mevcut bilgilerle bir bakışta belli olmayan sorun olarak tanımlanmaktadır (Grouws, 1996). Bloom ve Niss (1991) ise problemi belirli açık sorular taşıyan, kişinin ilgisini çeken ve kişinin bu soruları cevaplayacak yeterli algoritma ve yöntem bilgisine sahip olmadığı bir durum olarak ifade etmektedir. Problem çözme ise problem tanımında ifade edilen zor durumun üstesinden gelme çalışması ve problemle başa çıkma durumu olarak görülebilir (Heppner ve Peterson, 1982). Bununla birlikte problem çözme, öğrencinin öğrenme-öğretme sürecinde edindiği tecrübelerden ortaya çıkan durum (Schoenfeld, 1985) ve ne yapılacağının bilinmediği durumlarda yapılması gerekeni bilmektir (Altun, 2008). Problem, bireyde bilişsel uyumsuzluk yaratır ve bilişsel dengenin yeniden kurulması problem çözme süreci ile sağlanır (Baki, 2018). Problem çözme, bireylerin kendi bilgi, deneyim ve becerilerine dayanarak probleme uygun çözümler üretmesini gerektiren zihinsel bir süreçtir (Lai ve Yang, 2011) ve duygusal ve sosyal alanlar arasında karmaşık bir performans gerektirir (Morgan ve Williams, 2007). Bu nedenle, ileri problem çözme becerilerine sahip bireyler yetiştirmek, sosyal gelişim için önemli bir adım olarak görülmektedir (Yorulmaz vd., 2021). Dolayısıyla problem kurma ve çözmenin öğrencilerin matematiksel durumları keşfetmeleri ile beraber matematiksel fikirlerini sözlü veya yazılı olarak nasıl ifade edileceğine ilişkin deneyim kazanmalarına olanak tanıdığı söylenebilir (Gür ve Korkmaz, 2003).

Problem çözme becerisini geliştirmek için öncelikle problem çözme becerisini etkileyen faktörlerin belirlenmesi ve ardından bu faktörler arasındaki ilişkilerin ortaya konulmasının yararlı olacağı söylenebilir (Yorulmaz vd., 2021). Alan yazında sözü edilen faktörlerin farklı yaklaşımlarla ele alındığı görülmektedir. Örneğin motivasyon, hazırbulunuşluk düzeyi ve sosyo-kültürel çevre bireysel faktörler olarak göz önüne alınırken (Silik, 2016), eğitim sisteminin yapısı ise toplumsal bir faktör olarak görülebilir (Izgar vd., 2004). Bu faktörler genel olarak deneyimsel, bilişsel ve duygusal olarak sınıflandırılabileceği gibi (Charles ve Lester, 1982), bu faktörleri kaynaklar, stratejiler, üst biliş ve inanç (Schoenfeld, 1985) olarak da sınıflamak mümkündür. Bu çalışmada matematiksel problem çözmeye yönelik inançlara odaklanılmıştır.

Matematik eğitiminde problem çözmeye yapılan vurgu arttıkça problem çözme süreçlerini ve öğretmen ve öğrencilerin bu konudaki görüş ve kavrayışlarını araştırmak da önemli hâle gelmiştir. Öğrenme, bilişsel, duygusal ve davranışsal faktörler açısından ele alınan karmaşık bir kavramdır. Bu geniş sınıflandırmanın alt faktörleri incelendiğinde, inanç kavramının öğrenme-öğretme sürecini etkileyen önemli bir faktör olduğu ortaya çıkmaktadır (Pajares, 1992; Thompson, 1992). Matematiksel inançlar bireyin geçmiş deneyimlerinden şekillenen kişisel değer yargılarıdır (Raymond, 1997). Ayrıca eğitim araştırmaları açısından inançlar bireyin çevresindeki olgular için geliştirdiği ve zihninde sahip olduğu kavrayışlar, temel varsayımlar ve savlar olarak tanımlanmaktadır (Richardson, 1996).

Matematiğe yönelik inanç araştırmalarının etrafında toplanıldığı temalar üç kategori altında incelenebilir: matematiğin doğası, matematiği öğrenme ve problem çözmeye yönelik inançlar, matematik ile ilgili olarak kişinin kendisi hakkındaki inançları ve matematik öğrenmenin sosyal bağlamına ilişkin inançlar (Op't Eynde vd., 2002). Bu kategoriler incelendiğinde matematiğe yönelik inançların bilişsel ve duyuşsal boyutlarının olduğu görülür. Matematik öğrenme ve öğretme, problem çözme hakkındaki inançlar bilişsel boyut ile ile ilgili iken, bireyin matematikte kendini nasıl gördüğü hakkındaki inanışları duyuşsal alan ile ilgilidir. Dolayısıyla matematiksel inanç araştırmalarında bilişsel ve duyuşsal unsurların içiçe olduğu söylenebilir (Uysal, 2017).

Matematik dersine yönelik inançları inceleyen araştırmalardan elde edilen bulgular, öğretmen ve öğrencilerin bu dersi sayılar ve hesaplamadan ibaret olarak düşündüklerini göstermektedir. Buna ek olarak, problem çözmeyi doğru cevabı bulmak olarak görürken matematik öğrenmenin ezberlemekten geçtiğini düşündüklerini ortaya koymaktadır (Picker ve Berry, 2000; Raymond, 1997; Toluk Uçar vd., 2010). Bu durum, bireyin matematik hakkındaki inançlarının öğrenmeyi ve problem çözmeyi etkilediğini göstermektedir (Kloosterman ve Stage, 1992).

Çalışmanın Amacı ve Önemi

Mevcut çalışma ile lise öğrencilerinin matematiksel düşünme stillerinin ve matematiksel problem çözmeye yönelik inançlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca matematiksel düşünme stilleri ve matematiksel problem çözmeye yönelik inançlar arasındaki ilişki de ele alınmıştır. Bu bağlamda çalışmanın ana ve alt problemleri aşağıdaki şekilde oluşturulmuştur:

1. Lise öğrencilerinin problem çözme sürecinde matematiksel düşünme stilleri nasıl bir dağılım göstermektedir?
   1.1. Lise öğrencilerinin problem çözme sürecinde matematiksel düşünme stilleri sınıf düzeylerine göre nasıl bir dağılım göstermektedir?
   1.2. Lise öğrencilerinin problem çözme sürecinde matematiksel düşünme stilleri sınıf düzeyine göre farklılık göstermekte midir?
   1.3. Lise öğrencilerinin problem çözme sürecinde matematiksel düşünme stilleri cinsiyete göre farklılık göstermekte midir?
2. Lise öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inanç düzeyleri nasıldır?
   2.1. Lise öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inanç düzeyleri sınıf düzeyine göre farklılık göstermekte midir?
   2.2. Lise öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inanç düzeyleri cinsiyete göre farklılık göstermekte midir?
3. Lise öğrencilerinin matematiksel düşünme stilleri ile matematiksel problem çözmeye yönelik inançları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?

Matematik eğitimi araştırmalarında, matematiksel düşünme stillerinin öğrenmeye ait duyuşsal ve bilişsel bileşenler ile ilişkilerinin araştırma konusu olduğu görülmektedir (Hegarty ve Kozhevnikov, 1999; Arcavi, 2003; Presmeg, 2006). Bu bağlamda düşünme stilleri öğrencilerin matematik başarısını açıklamada önemli bir faktör olarak ele alınmıştır (Borromeo Ferri, 2015). Diğer taraftan, öğrencilerin matematiksel düşünme stilleri öğretmenlerine öğrencilerinin düşünme süreçleri ile ilgili bilgiler verir. Bu bilgiler ile de öğretmenler öğretim ortam ve faaliyetlerini öğrencilerin matematiği daha iyi anlamalarına olanak sağlayacak şekilde düzenleyebilirler. Ayrıca düşünme stilleri öğrenci-öğretmen etkileşimi açısından değerli olduğundan (Sternberg ve Grigorenko, 1995) düşünme stillerini belirlemek önemli görülmektedir.

Matematik eğitiminde problem çözmeye yapılan vurgu arttıkça problem çözme süreçlerini ve öğretmen ve öğrencilerin bu konudaki görüş ve kavramlarını araştırmak da önemli hâle gelmiştir. Literatürde bu konuda yapılan çalışmalar incelendiğinde bireyin matematik hakkındaki inançlarının problem çözmeyi ve öğrenmeyi etkilediği görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin problem çözmeye yönelik inançlarının önemli bir araştırma konusu olduğu söylenebilir.

Matematiksel inançlar bireyin geçmiş deneyimlerinden şekillenen kişisel değer yargılarıdır (Raymond, 1997). Dolayısıyla kişinin bir olguya ait inançları bireyin algısını etkilemektedir (Pajares, 1992). Alanyazındaki çalışmalarda hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin matematik dersinin sadece işlemler ve sayılardan oluştuğu inancına sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca problem çözmeye yönelik inanaçlarının sadece doğru cevabı bulmak etrafında toplandığı, öğrenmenin ise ezberleyerek mümkün olduğuna inandıkları görülmüştür (Picker ve Berry, 2000; Toluk Uçar vd., 2010). Mevcut bulgular sözü edilen inançların problem çözmeyi ve öğrencilerin matematik öğrenmelerini etkilediğini göstermektedir (Kloosterman ve Stage, 1992). Bu bağlamda, alanyazında hem öğrencilerin hem de öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme stilleri ve problem çözmeye yönelik inançlarının ayrı ayrı ele alındığı çalışmaların yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmada bir matematik öğretme yöntemi ve bir öğrenme süreci olan problem çözmeye ilişkin iki temel bileşen olarak matematiksel düşünme stilleri ve problem çözmeye yönelik inançlar birlikte ele alınmıştır. Bu yönü ile çalışmanın özgün olduğu ve alana önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Öğrencilerin tüm düşünme stillerini geliştirebilmelerine olanak sağlayacak problemlerin seçimi, olası çözümlerin tartışıldığı öğretim ortamlarının tasarlanması ve özelde problem çözmeye yönelik, genelde matematik ve matematik öğrenme ve öğretmeye ilişkin inançların ve bunların matematik öğrenmedeki önemine ilişkin farkındalığı artıracak faaliyetler tasarlanması şeklinde alanyazına katkı sunması açısından da mevcut çalışmanın önem taşıdığı düşünülmektedir.

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Lise öğrencilerinin matematiksel düşünme stillerinin nasıl bir dağılım gösterdiğini, problem çözmeye yönelik inanç düzeylerini ve bunlar arasındaki ilişkiyi araştırmayı amaçlayan bu çalışmada nicel yaklaşım benimsenmiştir. Araştırma yöntemi olarak genel tarama modellerinden ilişkisel tarama modeli seçilmiştir. Bilindiği üzere modelde evren için geçerli olabilecek yargıya ulaşmak, geçmişte veya şimdide var olan durumları olduğu haliyle betimlemek amaçlanır ve değişkenleri değiştirme ya da etkileme söz konusu değildir (Karasar, 2008). Tarama modelinde araştırmalar genellikle çok fazla sayıda veriye dayalı olarak gerçekleştirildiğinden bu tür araştırmalar geniş örneklem ile yürütülür (Metin, 2014). İlişkisel tarama modeli ise "iki ve daha çok sayıdaki değişken arasında değişimin olup olmadığını ve/veya derecesini belirlemeyi amaçlayan araştırma modelidir. İlişkisel tarama modelinin korelasyon türü ve karşılaştırma türü başlıklarından oluşan iki türü vardır" (Karasar, 2008, s.81). Bu araştırmada ilişkisel tarama modelinin korelasyon türü kullanılmıştır. Korelasyon türü araştırma modellerinde, "değişkenlerin birlikte değişip değişmediği ve gözlemlenen değişimin nasıl olduğu incelenir" (Karasar, 2008, s.82).

Evren- Örneklem

Çalışmanın evrenini 2022-2023 eğitim öğretim yılında Marmara Bölgesi'nde yer alan bir ilde öğrenim gören ortaöğretim kademesindeki öğrenciler oluşturmaktadır. Evreni temsil eden öğrencilerin örneklem grubunu oluşturmak için ise kolay ulaşılabilir durum örneklemesi (Yıldırım ve Şimşek, 2021) yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada yer alan katılımcıların demografik özellikleri Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1

Katılımcıların Demografik Özellikleri

Demografik Özellikler		***f***	**%**
Cinsiyet	Kadın	139	30,1
	Erkek	323	69,9
Sınıf düzeyi	9.Sınıf	166	35,9
	10.Sınıf	168	36,4
	11.Sınıf	128	27,7
Toplam		462	100

Çalışma evrenini oluşturan 462 öğrencinin 132'si (%30,1) kız ve 323'ü (%69,9) erkek öğrenciden oluşmaktadır. Lise öğrencilerinin 166'sı (%35,9) 9.sınıf, 168'i (%36,4) 10.sınıf ve 128'i (%27,7) 11.sınıf öğrencisidir. Araştırmanın yapıldığı tarihlerde 12.sınıf öğrencilerinin üniversite sınavına hazırlık dönemi dolaysıyla araştırmaya gönüllü katılımlarının düşük olması nedeni ile araştırmaya dahil edilememişlerdir.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada "Matematik İşlem Testi (MİT)" (Suwarsono, 1982) ve "Matematiksel Problem Çözmeye İlişkin İnanç Ölçeği (MPÇYİÖ)" (Kloosterman ve Stage, 1992) kullanılmıştır. Söz konusu ölçeklerin dilimize çevrisi ve geçerlik ve güvenirlik çalışmalarını sırasıyla Hacıömeroğlu ve Hacıömeroğlu (2013) ve Hacıömeroğlu (2011) yapmıştır.

Matematik İşlem Testi

MİT'inde iki bölüm mevcuttur: Test I (MİT I) ve Test II (MİT II). MİTI'deki on beş matematik problemi MİTII'deki on beş probleme nazaran daha kolaydır ancak her iki testteki sorular paralel olarak hazırlanmıştır. Test için hazırlanan 'Çözüm Anahtarı' nda ise her sorunun dört ya da beş farklı çözümü yer almaktadır. Hacıömeroğlu ve Hacıömeroğlu'na (2013) göre test-tekrar test çalışması sonuçları testin güvenirliğinin kabul edilebilir düzeyde ve yüksek olduğunu göstermektedir ve MİT Türk kültüründe kullanılabilecek geçerli ve güvenilir bir ölçme aracıdır. Mevcut çalışma için sözü edilen testin Cronbach alfa katsayısı .60 olarak hesaplanmıştır.

Matematiksel Problem Çözmeye İlişkin İnanç Ölçeği

MPÇYİÖ'inde 5'li Likert tipi 24 madde yer almaktadır. Ölçek aynı zamanda "Matematiksel Beceri", "Matematiğin Yeri", "Problemi Anlama", "Matematiğin Önemi" ve "Problem Çözme Becerisi" olarak isimlendirilen beş alt faktörden oluşmuştur. Ölçeğin uyarlama çalışmasında iç tutarlılık güvenirlik katsayısı .77 olarak hesaplanmıştır.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Veri Toplama Süreci

Verilerin toplanması sürecinin ilk adımı olarak etik kurul, il milli eğitim müdürlüğü ve valilikten oluşan kurum izinleri alınmıştır. Gerekli izinler alındıktan sonra çalışma grubunu oluşturan Bursa ilinin farklı iki ilçesinde öğrenim gören lise öğrencilerine çalışma hakkında bilgi verilmiştir. Araştırmaya katılım gönüllülük esasına dayalıdır.

Katılımcı öğrencilere önce MİT uygulanmıştır. Testte yer alan matematik problemlerini çözmeleri için yeterli süre ve uygun ortam sağlamak amacıyla araştırmacı ve öğrencilerin okullarında görev yapmakta olan öğretmenlerin de yardımı ile bir uygulama takvimi oluşturulmuştur. Bu takvim doğrultusunda önce MİT I'de yer alan on beş problem, bunun arkasından MİT II'de yer alan on beş problem verilerek öğrencilerden bu problemleri çözmeleri istenmiştir. Sonrasında, dağıtılan "Cevap Anahtarı" üzerinde her bir problem için ayrı ayrı olmak üzere yaptıkları çözümleri, varsa olası çözümler arasından işaretlemeleri istenmiştir. Kendi çözümleri cevap anahtarında yoksa öğrencilerden "diğer" seçeneğini işaretleyerek kendi çözümlerini yazmaları şeklinde yönlendirme yapılmıştır.

Uygulama takviminin sonraki aşaması olarak "Matematiksel Problem Çözmeye İlişkin İnanç Ölçeği" uygulanmıştır. Uygulama aşamasında öğrencilere ölçek hakkında araştırmacı tarafından bilgilendirme yapılmıştır ve ölçeği samimi olarak doldurmalarının araştırmanın sağlıklı yürütülebilmesi için önemli olduğu vurgulanmıştır.

Verilerin Analizi

Verilerin analiz SPSS 20.0 paket programı ile yapılmıştır ve anlamlılık düzeyi .05 olarak alınmıştır.

Matematiksel İşlem Testi Verilerinin Analizi

MİT'te yer alan her bir problem görsel veya analitik çözümlere sahiptir. Öğrencilerin cevap anahtarında işaretledikleri cevabın doğru ya da yanlış olduğu dikkate alınmaksızın, görsel çözüm için iki ve görsel olmayan çözüm için sıfır puan verilmek sureti ile puanlama yapılmıştır. Karma çözümler için ise bir puan verilmiştir. Böylece testten alınacak puanlar 0 ile 60 arasında yer almaktadır.

Öğrencilerin düşünme stillerini testten aldıkları puanlara göre analitik-geometrik-harmonik düşünen şeklinde kesin çizgilerle ayırmak her ne kadar zor olsa da alanyazında bunun için farklı yaklaşımlar olduğu

görülmektedir. Bu çalışmada Taşova (2011) tarafından kullanılan, her bir grubun alt ve üst sınırları belirlenerek yapılan sınıflama yöntemi seçilmiştir. Buna göre katılımcıların testten aldıkları toplam puanları üç gruba ayırmak için toplam puanlardan en büyük ve en küçük değerin farkı olan dağılım aralığı istenilen grup sayısına (araştırmada üç grup yer almaktadır; analitik, görsel ve harmonik) bölünüp sınıf aralığı elde edilir (Akar ve Şahinler, 1997). Elde edilen sınıf aralığı, her bir düşünme stiline ait en küçük ve en büyük puanları, yani düşünme stillerinin sınırlarının belirlenmesinde kullanılır. Mevcut çalışma için MİT I ve MİT II ve MİT'e ilişkin elde edilen sınıf aralıkları Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2

MİT I, MİT II ve MİT'e ilişkin elde edilen sınıf aralıkları

Stiller	***MİT I*** ***Puan aralıkları***	***MİT II*** ***Puan aralıkları***	***MİT*** ***Puan aralıkları***
Analitik	2-11	3-12	6-21
Harmonik	12-20	13-21	22-36
Görsel	21-29	22-30	37-52

MİT'e öğrencilerin verdikleri cevaplar ile istatistiksel analizler yapmadan önce verilerin dağılımına bakılmıştır. Kolmogorov-Smirnov ve ShapiraoWilk testi (p>.05) sonuçlarına göre, verilerin sırasıyla çarpıklık ve basıklık değerleri -.228 ve .302 olup veriler normal dağılıma sahiptir (Büyüköztürk, 2012).

Normallik testleri sonucunda veri setinin parametrik analize uygun olduğuna karar verilmiştir (Büyüköztürk, 2012). Kız ve erkek öğrencilerin matematiksel düşünme stillerinin dağılımlarının istatistiksel olarak anlamlı farklılaşıp farklılaşmadığını ortaya koymak amacı ile t-testi ve sınıf düzeyi değişkeni için ise ANOVA testi kullanılmıştır.

Matematiksel Problem Çözmeye İlişkin İnanç Ölçeği Verilerinin Analizi

Matematiksel problem çözmeye yönelik inanç ölçeğinden elde edilen verilere Kolmogorov-Smirnov ve ShapiraoWilk testi (p>.05) uygulanmıştır. Verilerin sırasıyla çarpıklık ve basıklık değerleri -.181 ve -.039 olduğundan normal dağılıma sahiptir (Büyüköztürk, 2012).

Normallik testleri sonucunda veri setinin parametrik analize uygun olduğuna karar verilmiştir. Kız ve erkek öğrencilerin problem çözmeye yönelik inanç düzeylerinin istatistiksel olarak anlamlı farklılaşıp farklılaşmadığını ortaya koymak için t testi, sınıf düzeyi değişkeni için ise ANOVA kullanılmıştır. Diğer taraftan öğrencilerin ölçekten aldıkları puanlara göre matematiksel problem çözmeye yönelik inanç düzeylerine karar verebilmek için Yorulmaz vd. (2021) tarafından kullanılan sınıflama tercih edilmiştir. Buna göre ölçekten alınan puan 0 ile 1.67 arasında ise "düşük", 1.68 ile 3.36 arasında ise "orta" ve 3.37 ile 5.00 arasında ise "yüksek" düzey inanç seviyesi olarak alınmıştır.

Ayrıca katılımcıların matematiksel düşünme tercihleri ile matematiksel problem çözmeye yönelik inançları arasında bir ilişki olup olmadığını ve varsa bu ilişkinin yönünü belirlemek amacıyla Pearson korelasyonu analizi yapılmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada araştırma etiği ilkeleri gözetilmiş olup gerekli etik kurul izinleri alınmıştır. Etik kurul izni kapsamında; Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Etik Komisyonundan 02.01.2023 tarih ve E-98674744-604.99-145319 sayı numaralı belge alınmıştır.

BULGULAR

Matematiksel Düşünme Stillerine İlişkin Bulgular

Katılımcıların MİT'e verdikleri cevapların betimsel analizi sonucu elde edilen minimum puan, maksimum puan, ortalama ve standart sapma değerlerine ilişkin bulgular Tablo 3'te verilmektedir.

Tablo 3

Matematiksel İşlem Testine İlişkin Betimsel İstatistikler

Testler	N	Min. Puan	Max. Puan	$\bar{X}$	S
MİT I	396	2	29	17,68	4,42
MİT II	397	3	30	15,33	4,59
MİT	394	6	52	33,05	7,38

Tablo 3 incelendiğinde MİT I'in 396, MİT II'nin 397 ve MİT'in genelinin 394 öğrenci tarafından cevaplandığı görülmektedir. MİT I ve MİT II'den alınan en düşük puanlar sırasıyla iki ve üç iken MİT'in tamamından alınan minimum puan altıdır. MİT I ve MİT II'den alınan en yüksek puanlar sırasıyla 29 ve 30 dur. MİT'in tamamından alınan maksimum puan ise 52 dir. MİT I, MİT II ve MİT'den alınan puanların ortalaması ise sırasıyla 17,68, 15,33 ve 33,05 olarak hesaplanmıştır.

9., 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematik problemlerini çözerken hangi düşünme stillerini tercih ettiklerine (analitik, harmonik ve görsel) ilişkin bulgular Tablo 4'te verilmektedir.

Tablo 4

Matematiksel Düşünme Stillerine İlişkin Dağılımlar

	MİT I		**MİT II**		**MİT**	
	n	***%***	***n***	***%***	***n***	***%***
Analitik	31	7,8	109	27,5	23	5,8
Harmonik	266	64,6	254	64	251	63,7
Görsel	109	27,5	34	8,6	120	30,5

Tablo 4 incelendiğinde MİT I'de 31 öğrencinin analitik, 266 öğrencinin harmonik ve 109 öğrencinin görsel çözüm yaklaşımını seçtikleri görülmektedir. Bununla beraber MİT II'de öğrencilerin 109'ü analitik, 254'ü harmonik ve 34'nün de görsel çözüm yaklaşımını benimsedikleri görülmektedir. Ayrıca MİT bir bütün olarak analiz edildiğinde ise 23 öğrencinin analitik, 251 öğrencinin harmonik ve 120 öğrencinin görsel düşünme stiline sahip olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Bu sonuca göre lise öğrencilerinin %63,7'si matematiksel problemleri çözerken harmonik düşünme stilini tercih etmektedir. Öğrencilerin %30,5'i görsel düşünme stilini tercih ederken, analitik düşünme stilini tercih edenler %5,8'de kalmıştır.

Düşünme stillerine ilişkin elde edilen bulgular, öğrencilerin soru tipi zorlaştıkça analitik çözüm yaklaşımını daha fazla kullandıklarını gösterirken harmonik çözüm yaklaşımını kullanan öğrencilerin oranında bir değişimin olmadığını göstermektedir. Ayrıca soru tipi zorlaştıkça görsel yaklaşımı tercih eden öğrencilerin oranında bir azalış olduğu görülmektedir. Buradan hareketle soru tipi kolaydan zora değiştiğinde öğrencilerin analitik ve görsel çözüm tercihlerinde bir değişim görülürken harmonik çözüm yaklaşımını benimseyen adayların oranında bir değişim olmadığı söylenebilir. Bununla birlikte MİT'nin tamamına bakıldığında öğrencilerin düşünme tercihlerinin büyük oranda harmonik düşünme stilinde toplandığı görülmektedir. Bunu sırasıyla görsel ve analitik düşünme stili takip etmektedir.

Katılımcıların düşünme stillerinin sınıf düzeylerine göre dağılımları Tablo 5'te verilmektedir.

Tablo 5

9., 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin MİT1'e İlişkin Tercihleri

Tercihler	9. Sınıf		10. Sınıf		11. Sınıf	
	n	***%***	***n***	***%***	***N***	***%***
Analitik	10	8	11	6,58	10	9,6
Harmonik	80	64	111	66,46	65	62,5
Görsel	35	28	45	26,94	29	27,88
Toplam	125	100	167	100	104	100

Tablo 5'e göre MİT I 'e 9. sınıftan 125 öğrenci, 10. sınıftan 167 ve 11. sınıftan 104 öğrenci katılmıştır. 9.sınıftan 10, 10.sınıftan 11 ve 11.sınıftan 10 öğrencinin analitik çözümü tercih ettikleri görülmektedir. Bununla beraber 9.sınıftan, 10.sınıftan 111 ve 11.sınıftan 65 öğrencinin matematik problemlerinde harmonik düşünme yolunu tercih ettikleri görülmektedir. Görsel çözümü tercih eden öğrencilerin sınıf düzeylerine göre dağılımı ise şu şekilde olmuştur: 9.sınıf 35 öğrenci, 10.sınıf 45 öğrenci ve 11.sınıf 29 öğrenci.

Tablo 5 genel olarak değerlendirildiğinde tüm sınıf düzeylerinde öğrencilerin matematik problemlerinin çözümünde en fazla harmonik çözüm yolunu, en az ise analitik çözüm yolunu tercih ettikleri görülmektedir.

Lise öğrencilerinin MİT II'deki çözüm seçimlerinin sınıf düzeyine göre dağılımı Tablo 6'da verilmektedir.

Tablo 6

9., 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin MİT II 'ye İlişkin Tercihleri

Tercihler	9. Sınıf		10. Sınıf		11. Sınıf	
	n	***%***	***n***	***%***	***N***	***%***
Analitik	33	26,4	38	22,61	38	36,53
Harmonik	81	64,8	114	67,85	59	56,73
Görsel	11	8,8	16	9,52	7	6,73
Toplam	125	100	168	100	104	100

9.sınıftan 125 öğrenci, 10.sınıftan 168 ve 11.sınıftan 104 öğrenci MİT II 'de yer alan on beş probleme cevap vermiştir. 9.sınıftan 33 ve 10. ve 11.sınftan 38 öğrenci bu problemleri çözerken analitik düşünme yolunu kullanmışlardır. Harmonik düşünme yolunu tercih eden öğrencilerin sayıları sınıf düzeyine göre sırasıyla 81, 114 ve 59'dur. Matematik problemlerinin çözümünde görsel çözümü tercih eden öğrenci sayıları ise 9.sınıftan 11, 10.sınıftan 16 ve 11.sınıftan 7 öğrenci olarak tespit edilmiştir.

Tablo 6'dan görülmektedir ki MİT II için tüm sınıf düzeylerinde lise öğrencileri matematik problemlerinin çözümünde en fazla harmonik çözüm yolunu en az ise görsel çözüm yollunu tercih etmişlerdir.

Öğrencilerin MİT I ve MİT II'ye verdiklerin cevaplar bir bütün halinde ele alınıp analiz edildiğinde elde edilen bulgular ise Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7

9., 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin MİT'ne İlişkin Tercihleri

Tercihler	9. Sınıf		10. Sınıf		11. Sınıf	
	n	***%***	***n***	***%***	***N***	***%***
Analitik	5	4,03	8	4,79	10	9,7
Harmonik	87	70,16	100	59,88	64	62,13
Görsel	32	25,8	59	35,32	29	28,15
Toplam	124	100	167	100	103	100

9.sınıf öğrencilerinin beşi, 10.sınıf öğrencilerinin sekizi ve 11.sınıf öğrencilerinin onu analitik çözüm yolunu tercih ederken, 9.sınıf öğrencilerinin 87'si, 10.sınıf öğrencilerinin 100'ü ve 11.sınıf öğrencilerinin 64'ü

harmonik ve 9.sınıf öğrencilerinin 32'si, 10.sınıf öğrencilerinin 59'u ve 11.sınıf öğrencilerinin 29'u görsel çözüm yolunu tercih etmişlerdir.

Öğrencilerin MİT'e ilişkin verdikleri cevaplardan elde edilen verilerin analizleri sonucunda; düşünme yolu tercihleri sınıf düzeyine göre genel olarak incelendiğinde üç sınıf düzeyi için de en çok tercih edilen düşünme stilinin harmonik olduğu, 10.sınıf öğrencilerinin görsel öğrenme stilini tercih oranının 9. ve 11.sınıf öğrencilerinin oranlarına göre daha yüksek olduğu ve analitik düşünme stilinin tüm sınıf düzeylerinde en az tercih edilen düşünme stili olduğu bulgularına ulaşılmıştır.

Öğrencilerin düşünme stillerinin sınıf düzeyi değişkenine göre farklılaşıp farklılaşmadığını tespit etmek amacıyla Anova testi uygulanmıştır. Anova testine ilişkin sonuçlar Tablo 8'de görülmektedir.

Tablo 8

Matematiksel İşlem Testi Puanlarına İlişkin Anova Sonuçları

	Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	*Sd*	Kareler Ortalaması	*F*	*p*
MİT I	Gruplararası	.030	2	.015	.74	.840
	Gruplariçi	34	396	.87		
	Toplam	34	398	.87		
MİT II	Gruplararası	.421	2	.210	2,250	107
	Gruplariçi	37,02	396	.087		
	Toplam	37,45	398	.087		
MİT	Gruplararası	.128	2	.064	1,046	.352
	Gruplariçi	24,157	396	.061		
	Toplam	24,285	398			

Buna göre, MİT I [F(2,396)=.74, p=.840>.05], MİT II için [F(2,396)=2.250, p=107>.05] ve MİT için [F(2,396)=1,046, p=.352>.05] elde edilen değerler lise öğrencilerinin problem çözme sürecinde matematiksel düşünme stillerinin sınıf düzeyine göre değişmediğini göstermektedir.

Kız ve erkek öğrencilerinin matematiksel düşünme stillerinin farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacı ile uygulanana t-testine ilişkin bulgular Tablo 9'da verilmektedir.

Tablo 9

Matematiksel İşlem Testi Puanlarına İlişkin t-Testi Sonuçları

Testler		Gruplar	*N*	$\bar{X}$	*SS*	*S*	*Sd*
MİT I	Kadın	123	1,16	.28	-.78	397	.43
	Erkek	276	1,18	.30			
MİT II	Kadın	123	1,01	.29	-.10	397	.91
	Erkek	276	1,02	.31			
MİT	Kadın	123	1,08	.24	-.53	397	.59
	Erkek	276	1,10	.25			

Kız ve erkek öğrencilerin testlerden aldıkları puanların ortalamalarının karşılaştırılması amacıyla yapılan t-testi için MİT I (p=.43 >.05), MİT II (p=.91>.05) ve MİT (p=.59>.05) değerlerine göre öğrencilerin düşünme stilleri ile cinsiyet değişkeni arasında anlamlı bir farklılık olmadığı görülmektedir.

Matematiksel Problem Çözmeye İlişkin İnançlar İle İlgili Bulgular

Lise öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inanç düzeylerini ortaya koymak amacı ile yapılan betimsel istatistiklere ait bilgiler Tablo 10'da verilmektedir.

Tablo 10

Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnanç Ölçeği İçin Betimsel İstatistikler

Alt Faktörler	*n*	$\bar{X}$	*Sd*	Min.	Max.	Düzey
Matematiksel Beceri	462	3,00	.35	1,00	4,80	Orta
Matematiğin Yeri	462	3,11	.59	1,33	5,00	Orta
Problemi Anlama	462	3,06	.75	1,00	5,00	Orta
Matematiğin Önemi	462	3,22	1.00	1,00	5,00	Orta
Problem Çözme Becerisi	462	2,98	.59	1,25	4,75	Orta
Matematiksel Problem ÇözmeyeYönelik İnançlar	462	3,07	.28	2,21	3,88	Orta

Tablo 10 incelendiğinde lise öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inanç puanlarının orta düzeyde olduğu görülmektedir ($x\bar{x}$= 3,07). Problem çözmeye yönelik inanç puanları alt faktörlere göre incelendiğinde ise; matematiksel beceri ($x\bar{x}$= 3,00), matematiğin yeri ($x\bar{x}$= 3,11), problemi anlama ($x\bar{x}$= 3,06), matematiğin önemi ($x\bar{x}$= 3,22) ve problem çözme becerisi ($x\bar{x}$= 2,98) alt faktörleri için de katılımcıların orta düzeyde inanca sahip oldukları görülmektedir.

Lise öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inançlarının cinsiyetlerine göre farklılaşıp farklılaşmadığını ortaya koymak amacıyla verilere t-testi uygulanmıştır. t-testinin sonuçları Tablo 11'de verilmektedir.

Tablo 11

Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnanç Ölçeği Puanlarına İlişkin t-testi Sonuçları

Alt Faktörler		Gruplar	*N*	$\bar{X}$	*SS*	*S*	*Sd*
Matematiksel Beceri	Kadın	139	2,98	.37	-1,38	460	.17
	Erkek	323	3,03	.34			
Matematiğin Yeri	Kadın	139	3,15	.58	1,00	460	.31
	Erkek	323	3,09	.60			
Problemi Anlama	Kadın	139	3,05	.71	-.261	460	.79
	Erkek	323	3,07	.77			
Matematiğin Önemi	Kadın	139	3,32	.95	1,47	460	.14
	Erkek	323	3,17	1.03			
Problem Çözme Becerisi	Kadın	139	3,01	.60	.65	460	.51
	Erkek	323	2,97	.59			
Tüm Ölçek	Kadın	139	3,09	.27	.90	460	.36
	Erkek	323	3,06	.28			

Matematiksel problem çözmeye ilişkin inanç ölçeğinin tümü birlikte ele alındığında kız öğrencilerin ölçekten aldığı puan ortalamasının $x\bar{x}$=3,09, erkek öğrencilerin ortalama puanlarının ise $x\bar{x}$= 3,06 olduğu görülmektedir. t-testi istatistik değerleri [t(460)=.36, p>.05] incelendiğinde de katılımcıların matematiksel problem çözmeye ilişkin inanç puanlarının cinsiyet değişkenine göre istatistiksel açıdan anlamlı bir farklılık göstermediği görülmektedir.

Matematiksel beceri alt boyutuna ilişkin veriler değerlendirildiğinde kız öğrencilerin ortalama puanının $x\bar{x}$=2,98, erkek öğrencilerin ortalama puanının $x\bar{x}$= 3,03 olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Matematiksel beceri alt boyutuna ilişkin t-testi istatistik değerlerine [t(460)=.31, p>.05] göre katılımcıların matematiksel beceri alt

boyutuna ilişkin inanç puanları cinsiyet değişkenine göre istatistiksel açıdan anlamlı bir farklılık göstermemektedir.

Matematiğin yeri alt boyutuna ilişkin veriler incelendiğinde kız ($x\bar{x}$= 3,15) ve erkek ($x\bar{x}$= 3,09) öğrencilerin bu boyuta ilişkin puan ortalamaları arasındaki farkın istatistiki olarak anlamlı olmadığı görülmektedir [t(460)=.31, p>.05] .

Benzer şekilde problemi anlama [t(460)=.79, p>.05], matematiğin önemi[t(460)=.14, p>.05] ve problem çözme becerisi [t(460)=.51], p>.05 alt boyutlarına ilişkin t-testi değerlerine göre kız ve erkek öğrencilerin inanç düzeyleri arasındaki farkın istatistiksel anlamda farklılık göstermediği bulgusuna ulaşılmıştır.

MPÇYİÖ'nden elde edilen verilerin analizlerine bakıldığında tüm ölçek ve ölçeğin alt boyutları için katılımcıların inanç düzeylerinin cinsiyet değişkenine göre farklılaşmadığı söylenebilir.

Lise öğrencilerinin matematiksel problem çözmeye ilişkin inançlarının sınıf düzeyine göre farklılaşıp farklılaşmadığını görmek amacıyla yapılan Anova testine ilişkin sonuçlar alt boyutlar bazında Tablo 12'de verilmektedir.

Tablo 12

Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnanç Ölçeği Puanlarına İlişkin Anova Sonuçları

	Varyansın Kaynağı	**Kareler Toplamı**	***Sd***	**Kareler Ortalaması**	***F***	***p***
Matematiksel Beceri	Gruplararası	.07	2	.03		
	Gruplariçi	57,29	459	.01	.301	.74
	Toplam	57,37	461			
Matematiğin Yeri	Gruplararası	1,70	2	.85		
	Gruplariçi	161,41	459	.35	2,41	.09
	Toplam	164,123	461			
Problemi Anlama	Gruplararası	1.24	2	.62		
	Gruplariçi	263,030	459	.57	1,08	.33
	Toplam	264,24	461			
Matematiğin Önemi	Gruplararası	.68	2	.34		
	Gruplariçi	466,09	459	1,01	.33	.71
	Toplam	466,77	461			
Problem Çözme Becerisi	Gruplararası	3,68	2	1,84		
	Gruplariçi	161,76	459	.35	5,22	.00
	Toplam	165,43	461			
Tüm Ölçek	Gruplararası	.07	2	.03		
	Gruplariçi	37,54	459	.08	.43	.64
	Toplam	37,61	461			

MPÇYİÖ'nden elde edilen veriler bir bütün olarak değerlendirildiğinde lise öğrencilerinin matematiksel problem çözmeye ilişkin inanç puanları ortalamalarının sınıf düzeyi değişkenine göre istatistiksel açıdan anlamlı bir farklılık göstermediği sonucuna ulaşılmıştır [F(2,459)=.43, p=.64>.05]. Ölçeğin alt boyutları bazında katılımcıların inanç puanları sınıf düzeyi değişkenine göre analiz edildiğinde de bir boyut hariç benzer sonuçlar elde edilmiştir.

MPÇYİÖ'nin matematiksel beceri [F(2,459)=.301,p=.74>.05], matematiğin yeri [F(2,459)=2.41,p=.09>.05], problemi anlama [F(2,459)=1.08, p=.33>.05], matematiğin önemi [F(2,459)=.33,

p=.71>.05] alt boyutları için Anova testinden elde edilen değerlere göre öğrencilerin bu alt faktörlere ilişkin inanç puanlarının ortalamaları sınıf düzeylerine göre farklılık göstermemektedir.

Problem çözme becerisi alt boyutu için yapılan analiz sonuçlarından elde edilen değerlere [F(2,459)=5.22, p=.00<.05] göre ise katılımcıların inanç puanları ortalamaları sınıf düzeyine göre dokuzuncu sınıf öğrencilerinin lehine istatistiksel açıdan anlamlı olarak değişmektedir.

Çalışmaya katılan lise öğrencilerinin matematiksel düşünme stilleri ile matematiksel problem çözmeye yönelik inançları arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığını ortaya çıkarmak amacıyla Pearson korelasyon analizi yapılmıştır. Bu analize ilişkin istatistiksel değerler Tablo 13'te verilmektedir.

Tablo 13

Öğrencilerin Matematiksel Düşünme Stilleri ile Matematiksel Problem Çözmeye İlişkin İnançları Arasındaki İlişki

	Matematiksel Düşünme Stilleri	**Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnançlar**
Matematiksel Düşünme Stilleri	1	.158
Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnançlar		1

Tablo 13 incelendiğinde öğrencilerin matematiksel düşünme stilleri ile problem çözmeye yönelik inançları arasında anlamlı bir ilişkinin olmadığı görülmektedir (r=.158).

Çalışmaya katılan öğrencilerin matematiksel düşünme stilleri ile matematiksel inanç ölçeğinin alt boyutları olan matematiksel beceri, matematiğin yeri, problemi anlama, matematiğin önemi ve problem çözme becerisi arasında bir ilişkinin olup olmadığını test etmek amacı ile Pearson korelasyon analizi yapılmıştır. Bu analize ilişkin istatistiksel değerler Tablo 14'te verilmektedir.

Tablo 14

Matematiksel Düşünme Stilleri ile Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnançların Alt Boyutları Arasındaki İlişki

	Matematiksel Düşünme Stilleri	**Matematiksel Beceri**	**Matematiğin Yeri**	**Problemi Anlama**	**Matematiğin Önemi**	**Problem Çözme Becerisi**
Matematiksel Düşünme Stilleri	1	.075	-.02	.004	.047	.101*
Matematiksel Beceri		1	.072	.036	-.007	-.023
Matematiğin Yeri			1	-.143**	-.292**	.030
Problemi Anlama				1	.474**	-.048
Matematiğin Önemi					1	-.077
Problem Çözme Becerisi						1

**.05 düzeyinde anlamlıdır.*

Pearson korelasyon analizi verilerine göre öğrencilerin matematiksel düşünme stilleri ile problem çözmeye yönelik inançların sadece problem çözme becerisi alt boyutu arasında pozitif yönde ve zayıf düzeyde bir ilişki olduğu görülmektedir (*r*=.101, *p*<.05).

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışma kapsamında katılımcıların matematiksel düşünme stilleri bağlamında elde edilen sonuçlar öğrencilerin çoğunlukla harmonik düşünme stilini tercih ettiğini göstermektedir. Bunu sırasıyla görsel ve analitik stiller takip etmektedir. Ayrıca öğrencilerin soru tipi zorlaştıkça analitik çözüm yaklaşımını daha fazla kullandıkları ve görsel yaklaşımı tercih eden öğrencilerin oranında bir azalış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Eisenberg ve Dreyfus (1991), Guzman (2002) ve Lowrie'nin (2000) çalışmalarında da benzer şekilde öğrencilerin ve öğretmenlerin görsel düşünme becerilerini kullanmaktan kaçındıkları ve analitik çözümü görsele kıyasla daha fazla tercih ettikleri görülmüştür. Hacıömeroğlu ve Hacıömeroğlu (2013) da öğretmen adaylarının matematik problemlerini çözmede çoğunlukla harmonik düşünme stilini benimsediklerini ve soru tipi zorlaştıkça analitik çözüm yaklaşımını daha fazla kullandıklarını tespit etmişlerdir. Bu sonuçlar mevcut çalışmanın bulguları ile bu noktada paralellik göstermektedir. Bunun sonucu olarak lise ve üniversite öğrencilerinin matematiksel düşünme yollarının benzer yapıda olduğu söylenebilir.

Akçakın ve Kaya (2020) 9. ve 10.sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdikleri araştırmada öğrencilerin daha çok bütünleşik düşünme stiline sahip olduğunu görmüşlerdir. Bu stili tercih eden öğrenciler görsel ve analitik düşünme stilini aynı anda kullanabilirler veya bu stiller arasında geçişler yapabilirler (Borromeo Ferri, 2015). Ayrıca en az tercih edilen düşünme stilinin analitik düşünme stili olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Huincahue vd. (2021) 16 yaşındaki 275 Şilili öğrenciden oluşan bir örneklem ile öğrencilerin matematik görevlerini yürütürken tercih ettikleri düşünme yolları ile matematik başarısı arasındaki ilişkiyi araştırdıkları çalışmalarında matematiksel performans ile analitik düşünme stili arasında açık ve pozitif korelasyon olduğu yani analitik düşünme stilini tercih eden Şilili öğrencilerin notlarının da daha iyi olduğu sonucuna varmışlardır. Ayrıca değerlendirme süreçlerinde analitik matematiksel düşünceye verilen değerin daha yüksek olması nedeniyle analitik stili tercih eden öğrencilerin okulda daha avantajlı oldukları sonucuna varmışlardır. Analitik düşüncenin ön planda tutulması matematik öğretmeni yetiştirmeye verilen vizyonla açıklanabilir. Bu bağlamda, matematik öğretmeninin bakış açısının, kendileri de bir matematikçi olması sebebiyle, öğrencilerinin performansını değerlendirirken matematik topluluğunun formal matematik bakışına en yakın olan en iyidir şeklinde olduğu söylenebilir (Huincahue vd., 2021). Huincahue vd. (2021) analitik düşünme stili ile notlar arasındaki pozitif korelasyonun nedenin, öğretmenlerin formal ve analitik matematikle ilgili değerlendirme süreçlerinde yaptıkları değerlendirmeden kaynaklanıyor olabileceğini çünkü bunun genelde Şili'de uygulanan standartlaştırılmış testlerde kullanıldığını ve bunun da matematiğin görsel yerine formal ve analitik temsilinin daha fazla kullanılmasına yol açacağını ileri sürmüşlerdir. Ülkemizde de benzer değerlendirme yapısı olduğundan Türk öğrencilerin matematik performansları ile düşünme stilleri arasındaki ilişkinin inceleneceği araştırmaların yapılması bir öneri olarak sunulabilir.

Taşova (2011) matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ve performansı sürecinde düşünme ve görselleme becerilerini incelediği çalışmasında 75 öğretmen adayından yirmi üçünün analitik, kırk üçünün harmonik ve sadece dokuzunun geometrik düşünme yapısına sahip olduğunu belirlemiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının zihnin görsel-resimsel bileşenlerini sözel-mantıksal bileşenlerine göre büyük oranda daha az tercih ettikleri sonucunu elde etmiştir. Taşova'ya (2011) göre geometrik düşünme yapısına sahip olan öğretmen adaylarının çok az olması, ortaöğretim matematik öğretim programının cebir vurgusu ve üniversiteye geçiş sisteminde uygulanan sınava yönelik yapılan test için öğretim yöntemi ile açıklanabilir. Bu yöntemde amaç genelde kısa sürede sonuca ulaşma olduğundan süreç göz ardı edilebilmektedir. Dolayısıyla içeriğinde geometrik çözüm bulundurmayan bir takım (çoğu formüle dayalı olmak üzere) cebirsel işlemlerin kullanıldığı sözel-mantıksal becerilerin daha çok kullanıldığı çözüm süreçlerinin ortaya çıktığı görülmektedir. Matematik öğretmen adayları özelinde yapılan bu çıkarımın mevcut çalışmadan elde edilen öğrencilerin soru tipi zorlaştıkça analitik çözüm yaklaşımını daha fazla kullandıkları ve görsel yaklaşımı tercih eden öğrencilerin oranında bir azalış olduğu sonucu için de bir açıklama teşkil edebileceği düşünülmektedir.

Sınıf düzeyine göre düşünme stilleri incelendiğinde öğrencilerin düşünme stillerinin dağılımlarında sınıf düzeyi değişkeni açısından anlamlı bir fark olmadığı ve çoğunluğunun problem çözerken harmonik çözüm yaklaşımını tercih ettikleri görülmektedir. Öğrencilerin görsel çözüm yaklaşımını her sınıf düzeyinde analitik yaklaşımdan daha fazla tercih ettikleri görülmektedir. Hacıömeroğlu ve Hacıömeroğlu (2013) öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmada benzer şekilde dördüncü sınıftaki öğretmen adaylarının, üçüncü sınıftaki öğretmen adaylarıyla kıyaslandığında kolay ve zor problemlerde analitik çözümü tercih etmediklerini belirlemişlerdir. Gerek lise öğrencilerinin gerekse öğretmen adaylarının matematiksel problemleri çözerken

tercih ettikleri düşünme yollarının sınıf düzeyine göre farklılaşmamasının araştırılması gereken bir durum olduğu düşünülmektedir. Çünkü sınıf düzeyi arttığında matematik programlarındaki kavramların daha soyut olması analitik düşünme stilinin ön plana çıkması beklentisini beraberinde getirmektedir. Bunun gerçekleşmemesini etkileyen faktörlerin belirlenmesi önem kazanmaktadır.

Lise öğrencilerinin matematiksel düşünme stilleri cinsiyet değişkeni bağlamında incelendiğinde mevcut çalışmada kız ve erkek öğrencilerin düşünme stilleri dağılımında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığı yani aynı matematiksel görevler için kız ve erkek öğrencilerin problem çözme tercihlerinin dağılımlarının benzer olduğu görülmüştür. Bu bulgu Akçakın ve Kaya'nın (2020) 9. ve 10.sınıf öğrencileri ile yaptıkları araştırmanın sonuçları ile paralellik göstermemektedir. Araştırmacılar kız öğrencilerin erkeklere göre daha çok analitik düşünme stiline ve erkek öğrencilerin ise kız öğrencilere göre daha çok görsel düşünme stiline sahip olduklarını belirlemişlerdir. Ayrıca kızların erkeklere göre daha çok bütünleşik düşünme eğiliminde oldukları da tespit edilmiştir. Matematik eğitimi araştırmalarında öğrencilerin özellikle matematik performanslarında cinsiyetin bir faktör olup olmadığı bir tartışma konusudur (Akçakın ve Kaya, 2020; Lyons-Thomas vd., 2014; Işıksal ve Çakıroğlu, 2008). Fakat bu çalışmalar öğrenci performanslarında cinsiyet farklılıklarına yönelik durum tespiti niteliğinde olup, öğrenci performanslarında cinsiyet farklılıklarının nedenlerini açıklamakta yetersiz kalmaktadırlar (Akçakın ve Kaya, 2020). Öğrencilerin matematik performanslarında onların matematiksel düşünmelerinin rolü olabileceği göz önüne alındığında cinsiyet ile bu bileşenler arasındaki ilişkilerin kurulabilmesi için daha detaylı çalışmaların yürütülmesine ihtiyaç olduğu görülmektedir.

Bu çalışmanın bir diğer parçasını oluşturan öğrencilerinin matematiksel problem çözmeye ilişkin inançları incelendiğinde katılımcıların inanç düzeylerinin orta düzey olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre öğrencilerin matematiksel problem çözmeye ilişkin inançlarının yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir. Benzer şekilde Taşkın vd. (2012) onuncu sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inanç düzeylerinin orta düzeyde olduğunu tespit etmişlerdir. Öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde ise katılımcıların inanç düzeylerinin orta ve yüksek düzeyde olduğu sonucuna ulaşıldığı görülmektedir. Örneğin Ketenci (2019) problemi anlama ve matematiğin önemi alt boyutları hariç matematiksel beceri, matematiğin yeri ve problem çözme becerisi alt boyutlarında sınıf öğretmeni adaylarının inançlarının orta düzeyde olduğunu bulmuşlardır. Usta vd. (2019), Baş vd. (2016) ve Ünlü ve Sarpkaya-Aktaş (2016) tarafından yapılan çalışmalarda ise matematik öğretmeni adaylarının çoğunluğunun problem çözmeye yönelik inançlarının yüksek düzeyde olduğu görülmektedir. Kayan ve Çakıroğlu (2008) ilköğretim matematik öğretmenleri ile yapılan çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik pozitif inançlara sahip olduklarını tespit etmekle birlikte rutin hesaplama becerilerinin matematik eğitimindeki yeri ve problem çözerken önceden belirlenmiş adımların izlenmesi açısından bazı gelenekçi görüşlere sahip olduklarının da anlaşıldığını ifade etmişlerdir. Yine bazı çalışmalarda (Duatepe- Paksu, 2008; Yılmaz ve Delice, 2007) matematik öğretmeni adaylarının problem çözme süreçlerini etkileyen matematiksel inançlara sahip oldukları, matematiği ezberlenmesi gereken ve kuralları olan bir disiplin olarak gördükleri ve kısa sürede çözüme ulaşamayacaklarını düşündüklerinde problemleri çözmekten vazgeçtikleri gibi olumsuz olarak nitelenebilecek sonuçlar ortaya konmaktadır. Bu bağlamda, öğretmenlerin inançlarının oluşturdukları sınıf ortamlarını, öğrencilerinin matematik konusunda geliştirdikleri inançları ve matematik başarısını etkileyen önemli bir faktör (Ball, 1998; Grouws, 1996; Schoenfeld, 1992; Wilkins ve Brand, 2004) olduğu göz önüne alındığında öğretmen ve öğrencilerin problem çözmeye yönelik inançlarının birlikte incelenmesinin önemli olduğu söylenebilir.

Lise öğrencilerinin matematiksel problem çözmeye yönelik inançları cinsiyet değişkenine göre toplam puanda ve alt boyutlarında farklılaşmadığı görülmüştür. Çoğu araştırma bu sonuçla paralellik gösterirken (Başpınar, 2015; Kayan, 2007; Sağlam ve Dost, 2014; Yavuz ve Erbay, 2015) bazı çalışmaların sonuçları (Soytürk, 2011) ile farklılık göstermektedir.

Benzer şekilde katılımcıların matematiksel problem çözmeye yönelik inanç ölçeğinden aldıkları puanlar sınıf düzeyi değişkenine göre de farklılaşmamaktadır. Diğer bir deyişle 9., 10. ve 11.sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözmeye yönelik inanç yapıları benzer düzeydedir. Bu sonuç, Başpınar'ın (2015) aynı ölçeği kullanarak yaptığı araştırma sonuçları ile paralellik göstermektedir. Ancak ölçeğin alt boyutları bazında katılımcıların inanç puanları sınıf düzeyi değişkenine göre analiz edildiğinde de bir boyut hariç benzer sonuçlar elde edilmiştir. O alt boyut ise matematiksel problem çözme becerisidir.

Mevcut çalışma ile elde edilen bir diğer önemli sonuç ise öğrencilerin matematiksel düşünme stilleri ile problem çözmeye yönelik inançların sadece problem çözme becerisi alt boyutu arasında pozitif yönde ve zayıf düzeyde bir ilişki olduğudur. Matematik eğitimi çalışmalarında matematiksel problem çözmeye yönelik inançlar ile özyeterlik algısı, matematik öğretimi yeterlik inancı, matematiğe yönelik inançlar ve üstbilişsel farkındalık gibi bilişsel ve duyuşsal faktörler arasındaki ilişkiyi inceleyen araştırmalar mevcuttur. Örneğin, Taşkın vd. (2012) onuncu sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inançları ile rutin olmayan problemlerdeki başarıları arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğunu ancak rutin problemlerdeki başarıları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olmadığını tespit etmişlerdir. Öğretmen adaylarının matematik öğretimi özyeterlik inançları ile problem çözmeye yönelik inançlar arasında ise pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğunu gösteren araştırmalar mevcuttur (Ketenci, 2019; Usta vd., 2019). Yorulmaz vd.'ne (2021) göre ise sınıf öğretmeni adaylarının üstbilişsel farkındalık ile matematiksel problem çözmeye ilişkin inançlar arasında orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki vardır ve üstbilişsel farkındalığın matematiksel problem çözmeye ilişkin inanç bağımlı değişkenindeki varyansın %13'ünü açıkladığını rapor etmişlerdir.

Son söz olarak mevcut çalışmanın sonuçları gözönüne alındığında, öğrencilerin tüm düşünme stillerini geliştirebilmelerine olanak sağlayacak problemlerin seçimi ve olası çözümlerin tartışıldığı öğretim ortamlarının tasarlanması öneri olarak sunulabilir. Ayrıca özelde problem çözmeye yönelik genelde matematik ve matematik öğrenme ve öğretmeye ilişkin inançların önemine ve bunların matematik öğrenmedeki önemine ilişkin farkındalığı artıracak faaliyetler tasarlanması da öneri olarak sunulabilir. Mevcut çalışmanın matematiksel düşünme stillerinin ilişkili olabileceği diğer değişkenler (örn. akademik başarı) ile birlikte ele alan çalışmalar ile ilerletilebileceği düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Akar, M., & Şahinler, S. (1997). *İstatistik*. Adana: Ç. Ü. Ziraat Fakültesi Genel Yayın No: 74, Ders Kitapları Yayın No: 17.

Akçakın, V. & Kaya, G. (2020). Ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel düşünme stillerinin belirlenmesi: Örtük sınıf analizi. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, *45*(201), 39-54.

Altun, M. (2008). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Alfa Yayınları.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*, Derya Kitabevi, Trabzon.

Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi*. Pegem Akademi, Ankara.

Baki, A., Güven, B., & Karataş, İ. (2002, Eylül). Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek öğrenme. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri.* Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

Ball, D. (1998). Research on teacher learning: Studying how teachers' knowledge changes. *Action in Teacher Education*, *10(2),* 7-24.

Başpınar, K. (2015). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel inançları ve matematik öğretme kaygıları üzerine bir araştırma.* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyon.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (6-8. Sınıflar)*. Pegem Akademi, Ankara.

Bloom, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.

Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical modelling and application, 1*(1), 45-48.

Borromeo Ferri, R. (2012). Mathematical thinking styles and their influence on teaching and learning mathematics. *12th International Congress on Mathematical Education etkinliğinde sunulmuş bildiri*, COEX, Seoul, Korea.

Borromeo Ferri, R. (2015). Mathematical thinking styles in school and across cultures. *Selected Regular Lectures From The 12th International Congress on Mathematical Education* içinde (153-173 ss.). Springer International Publishing.

Bulut, S. (2004). *İlköğretim programı yeni yaklaşımlar matematik (1-5. Sınıf)*. Milli Eğitim Yayınları, Ankara.

Burton, L. (1999). *Mathematicians and their epistemologies and the learning of mathematics*. I. Schwank, (Ed.), First conference of the european society for research in mathematics education içinde (1. cilt, 87-102 ss.). Forschungsinstitut für Mathematik didaktik.

Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı istatistik, araştırma deseni SPSS ugulamaları ve yorum.* Ankara: Pegem Akademi.

Charles, R., & Lester, F. (1982). *Teaching problem solving: What, why and how.* Palo Alto, California: Dale Seymour Publications.

Duatepe-Paksu, A. (2008). Öğretmenlerin matematik hakkındaki inançlarının branş ve cinsiyet bakımından karşılaştırılması. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35,* 87-97.

Eisenberg, T., & Dreyfus, T. (1991). On the reluctance to visualize in mathematics. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 127–138). Washington, DC: MAA.

Ersoy, E., & Başer, N. E. (2013). Matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *21*(4), 1471-1486.

Grouws, D. A. (1996). *Critical issues in problem solving instruction in mathematics*. In D. Zhang, T. Sawada, & J. P. Becker (Eds.), *Proceedings of the China-Japan-U.S. seminar on mathematical education* (pp. 70-93). Carbondale, IL:Board of Trustees of Southern Illinois University.

Guzman, M. (2002). The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. *Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics.* University of Crete. Greece.

Gür, H. ve Korkmaz, E. (2003). İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerin problem ortaya atma becerilerinin belirlenmesi. *7. Matematik Sempozyumu Sergi ve Şenlikleri*.

Hacıömeroğlu, G. (2011). Matematiksel problem çözmeye ilişkin inanç ölçeğinin Türkçe'ye uyarlama çalışması. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*, 119-132.

Hacıömeroğlu, G., & Hacıömeroğlu, E. S. (2013). Matematik işlem testi'nin Türkçeye uyarlama çalışması ve öğretmen adaylarının matematik problemlerini çözme tercihleri. *Kuramsal Eğitim ve Bilim*, *6*(2), 196-203.

Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91, 684-689.

Henderson, P. B., Hitchner, L., Fritz, S. J., Marion, B., Scharff, C., Hamer, J., & Riedesel, C. (2003). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin, 35*(2), 185-190. doi:10.1145/782941.783001

Heppner, P. P., & Peterson, C. H. (1982). The development and implications of a personal problem solving inventory. *Journal of Counseling Psychology*, *29*, 66- 75. https://doi.org/10.1037/0022-0167.29.1.66.

Huincahue, J., Borromeo Ferri, R., Reyes-Santander, P., & Garrido-Véliz, V. (2021). Mathematical thinking styles—The advantage of analytic thinkers when learning *mathematics. Educ. Sci., 11,* 289.

Işıksal, M., & Çakıroğlu, E. (2008). Gender differences regarding mathematics achievement: The case of Turkish middle school students. *School Science and Mathematics, 108*(3), 113-120.

Izgar, H., Gürsel, M., Kesici, Ş., & Negiş, A. (2004). Önder davranışlarının problem çözme becerisine etkisi *[The effect of leader behaviors on problem solving skills].. XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı,* İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Malatya, Turkey.

Karasar, N. (2008). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayınevi.

Kayan, F. (2007). *In partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science in elementary science and mathematics education*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Middle East Technical University. Ankara.

Kayan, F., & Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 218–226.

Ketenci, T. (2019). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretimi yeterlik inançları ile matematiksel problem çözmeye ilişkin inançları arasındaki ilişki* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi], Pamukkale Üniversitesi.

Kloosterman, P., & Stage, F. (1992). Measuring beliefs about mathematical problem solving, *School Science and Mathematics*, *92*(3), 109-115.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: University of Chicago Press.

Lai, A. F., & Yang, S. M. (2011). The learning effect of visualized programming learning on 6 th graders' problem solving and logical reasoning abilities. *In 2011 International Conference on Electrical and Control Engineering (pp.6940-6944)*, IEEE.

Lowrie, T. (2000). A case of an individual's reluctance to visualize. *Focus on Problems in Mathematics*, *22,* 17-26.

Lyons-Thomas, J., Sandilands, D. V., & Ercikan, K. (2014). Gender differential item functioning in mathematics in four international jurisdictions. *Education and Science*, *39*(172), 20-32.

Metin, M. (2014). Kuramdan uygulamaya bilimsel araştırma yöntemleri (1. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Morgan, J., & Williams, B. C. (2007). Overview of problem solving. In S. W. Beyerlein, C. Holmes, and D. K. Apple (Eds.), *Faculty guidebook: A comprehensive tool for improving facultyperformance* (pp. 181-184). Lisle, IL: Pacific Crest.

Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematıcs-related beliefs. In Leder, G., Pehkonen, E. & Törner, G. (Eds.), Beliefs: *A Hidden Variable in Mathematics Educations*, (pp.13-37). Dordrecht: Kluwer.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, *62*(3), 307–332.

Picker, S.H., & Berry, J.S. (2000). Investigating pupils' images of mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, *43*(1), 65–94.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1962). *Mathematical Discovery: On understanding, teaching, and learning problem solving*. John Wiley& Son.

Presmeg, N. C. (1986). Visualization and mathematical giftedness. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 297-311.

Presmeg, N. C. (2006). *Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from psychology*. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future (pp. 205-235). Rotterdam, Sense Publishers.

Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(6), 552–575.

Richardson, V. (1996). *The role of attitudes and beliefs in learning to teach*. In J. Sikula (Ed.), Handbook of Research on Teacher Education (2nd ed., pp.102-119). Macmillan.

Sağlam, Y., & Dost, S. (2014). Preservice science and mathematics teachers' beliefs about mathematical problem solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 303-306.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. (Ed. D.A. Grouws). Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the national council of teachers of mathematics. (pp.334- 370). Macmillan.

Sheffield, L. J., & Cruikshank, D. E. (2005). *Teaching and learning mathematics prekindergarten through middle school*. Hoboken, N. J.*:* Wiley Jossey Bass Education.

Silik, Y. (2016*). Eğitsel robotik uygulamalarının fen bilgisi öğretmen adaylarının problem çözme becerisine etkisi.*[Yayınlanmamaış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.

Soytürk, İ. (2011). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlığı öz-yeterlikleri ve matematiksel problem çözmeye yönelik inançlarının araştırılması*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. İstanbul Üniversitesi.

Sternberg, R. (1997). *Thinking styles*. New York, NY: Cambridge University.

Sternberg, R. J., & Grigorenko, E. L. (1995). Styles of thinking in the school. *European Journal of High Ability*, 6(2), 201-219.

Suwarsono, S. (1982). *Visual imagery in the mathematical thinking of seventh grade students* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Monash University, Melbourne, Avustralya.

Taşkın, D., Aydın, F., Güven, B., & Akşan, E. (2012). Ortaöğretim öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inanç ve öz-yeterlilik algıları ile rutin ve rutin olmayan problemlerdeki başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Education Sciences*, *7*(1), 50-61. https://doi.org/10.12739/10.12739

Taşova, H. İ. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ve performansı sürecinde düşünme ve görselleme becerilerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Thompson, A. G. (1992). *Teachers' belief and conceptions: A synthesis of the research*. In D.A. Grouws (Ed.,), Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning (127–146 ss.). Macmillian.

Toluk Uçar, Z.T., Pişkin, M., Akkaş, E. N., & Taşçı, D. (2010). İlköğretim öğrencilerinin matematik, matematik öğretmenleri ve matematikçiler hakkındaki inançları. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, *35*(155), 131–144.

Tural, H. (2005). *İlköğretim matematik öğretiminde oyun ve etkinliklerle öğretimin erişi ve tutuma etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.

Umay, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmenliği programının öğrencilerin matematiğe karşı özyeterlik algısına etkisi. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16- 18.

Usta, N., Gökkurt-Özdemir, B., & Kutluca, T. (2019). Öğretmen adaylarının matematik öğretimine ilişkin öz-yeterlik, matematiksel problem çözmeye yönelik, matematiksel inançları ve bu inançlar arasındaki ilişki. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 14*(28), 347-371. https://doi.org/ 10.35675/befdergi.465800

Uysal, F. (2017). Lise öğrencilerinin matematiğe yönelik inançları. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi, 10*(53), 636-647.

Ünlü, M., & Sarpkaya Aktaş, G. (2016). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem kurma özyeterlik ve problem çözmeye yönelik inançları. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16*(4), 2040-2059.

Wilkins, J., & Brand, B. (2004). Change in pre-service teachers' beliefs: An evaluation of a mathematics methods course. *School Science & Mathematics*, *104*(5), 226-232.

Yavuz, G., & Erbay, H. N. (2015). The analysis of pre-service teachers' beliefs about mathematical problem solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 174, 2687-2692.

Yıldırım, A., & Şimsek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayinlari.

Yıldırım, C. (2015). *Matematiksel düşünme*. Remzi Kitapevi.

Yılmaz, K., & Delice, A. (2007). Öğretmen adaylarının epistemolojik ve problem çözme inançlarının problem çözme sürecine etkisi. *XVI. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi* (575–581), Gaziosmanpaşa Üniversitesi.

Yorulmaz, A., Uysal, H., & Çokçaliskan, H. (2021). Pre-service primary school teachers' metacognitive awareness and beliefs about mathematical problem solving. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education), 6*(3), 239-259. https://doi.org/10.23917/jramathedu.v6i3.14349.

Trakya Journal of Education

ISSN : 2630-6301
Publisher : Trakya University

Vol. 16, No. 1, 219-261, 2026
DOI: 10.24315/tred.1579021

Research Article

Mathematical Thinking Styles and Beliefs Towards Problem Solving*

Figen Uysal[1*]

Dilek Kırbaş[2]

[1]Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, Bilecik, Türkiye
figen.uysal@bilecik.edu.tr.

[2]Milli Eğitim Bakanlığı, Bursa
dilekkirbas0@gmail.com

*Sorumlu Yazar

Received: 04.11.2024
Accepted: 24.11.2024
Available Online: 31.01.2026

Abstract: This study aims to examine the mathematical thinking styles preferred by high school students in the problem solving process and their beliefs about problem solving in terms of gender and grade level variables. The study was conducted using survey and correlational survey models which are quantitative research methods. A total of 462 students from the ninth, tenth and eleventh grades studying in three different high schools in two districts of Bursa Province participated in the study. The data were collected using the Mathematical Prosessing Instrument and the Beliefs about Mathematical Problem-Solving Instrument. One-Way Analysis of Variance, Independent Groups t-test and Correlation Analysis were used in the analysis of the obtained data. The study results show that the students mostly have a harmonic thinking style. It was observed that there was no significant difference in the distribution of students' thinking styles in terms of grade level and gender variables. The students' belief levels about mathematical problem solving were determined as medium level. The scores regarding the students' beliefs show any statistically significantly differences in terms of gender and grade level variables. Finally, it was concluded that there was a positive and weak relationship between the students' mathematical thinking styles and their beliefs about problem solving only in the problem-solving skill sub-dimension

Keywords: Mathematical Thinking Styles, Beliefs About Problem Solving, High School Mathemmatics Education, High School Students

INTRODUCTION

One of the fundamental aims of education and instruction is to enable individuals to construct their own systems of thought by teaching them how to think and conduct research, and to ensure that they transmit the knowledge they have structured to future generations (Ersoy & Başer, 2013). In today's rapidly changing world of technology and information, the nature of the necessary education is also transforming, gaining a quality in which students are mentally and physically active and where learners and their needs are at the center in order to develop individual talents and skills (Bulut, 2004). At the same time, it is also aimed to equip individuals with higher-order thinking skills such as problem solving, communication, empathy, and reasoning, which are necessary to cope with situations that contain almost infinite possibilities throughout life and to achieve success (Baykul, 2009). One of the most effective tools for achieving this goal is mathematics education. Through mathematics education, individuals not only acquire basic operational skills used in daily life, but also develop abilities such as thinking, reasoning, establishing relationships between events, and problem solving; thus, they attempt to cope with the complexities of life and to give direction to their lives (Umay, 2002). Another aim of mathematics education is to train both the workforce needed by industry and technology, and mathematicians who will pursue academic studies in the field (Baki, 2006). According to Altun (2008), the general purpose of mathematics instruction is to provide individuals with the mathematical knowledge and skills required in daily life and to instill a way of thinking by teaching problem solving and addressing events within a problem-solving approach.

Thinking is an activity of solving a difficulty or a problem and is also regarded as a process that reveals understanding (Yıldırım, 2015). Mathematical thinking, on the other hand, embodies a distinctive mode of thought inherent to mathematics itself. When examining definitions of mathematics proposed by researchers, it can be seen that mathematics is closely associated with thinking. For instance, Tural (2005) defines mathematics as a tool that enhances thinking, while Baki et al. (2002) describe mathematics as a way of thinking and a set of thinking habits.

Cite as (APA 7): Uysal F., & Kırbaş D. (2026). Mathematical thinking styles and beliefs towards problem solving. *Trakya Eğitim Dergisi, 16*(1), 219—261. https://doi.org/10.24315/tred.1579021

*Our study is based on the second author's master thesis entitled "Investigation of High School Students' Mathematical Thinking Styles and Beliefs Towards Problem Solving".

This is an open Access paper distributed under the terms of Conditidions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.

In its broadest sense, mathematical thinking can be considered as the use of mathematical techniques, concepts, and processes, either directly or indirectly, while solving problems (Henderson et al., 2003). From this perspective, it can be stated that mathematical thinking and problem solving are two concepts that should be addressed together. Moreover, individual differences among students bring with them the idea that learners may employ different paths while constructing mathematical knowledge during the problem-solving process, that is, they may utilize different modes of thinking (Huincahue et al., 2021). For example, while some students may prefer a mode of thinking that leads to algebraic or functional solutions when dealing with a mathematical problem, others may rely on visual or figural thinking. These different approaches that students use to construct mathematical knowledge while engaging in mathematical tasks or problem-solving activities are conceptualized as mathematical thinking styles (Akçakın & Kaya, 2020).

Mathematical Thinking Styles

Mathematical thinking styles are not related to how well an individual understands mathematics, but rather to their approach to understanding and learning mathematics. Differences in students' approaches during the mathematical thinking process may stem from their mathematical thinking styles (Borromeo Ferri, 2012; Blum & Borromeo Ferri, 2009). Mathematical thinking styles are based on individual preferences rather than performance, and they are grounded in Sternberg's theory of thinking styles (Borromeo Ferri, 2012, 2015; Burton, 1999; Sternberg, 1997). According to Sternberg (1997), a thinking style is the preferred way of thinking; that is, it is not an ability but rather a mode of thought, and it is related to the path an individual chooses to employ their abilities.

Mathematical thinking styles have been classified in different ways by various researchers. For instance, Krutetskii (1976) refers to three distinct thinking styles: analytic/formal, geometric, and harmonic. Individuals with an analytic thinking style do not require visual objects or step-by-step representations in mathematical tasks and tend to prefer logical solutions. Those who solve problems using tools such as shapes, diagrams, graphs, and tables are considered to possess a geometric (visual) style. Individuals who alternately employ geometric (visual) and analytic thinking depending on the conditions are described as harmonic thinkers (Krutetskii, 1976). In the present study, this classification is adopted as the theoretical framework.

Suwarsono (1982) and Presmeg (1986) distinguish between two types of mathematical thinking styles: visual and non-visual. Burton (1999), on the other hand, classifies mathematical thinking styles into three categories: visual, analytic, and conceptual. According to this classification, those who think in terms of rules and symbols are labelled as analytic, those who rely on figures (drawings, graphs, etc.) are considered visually oriented, and those who can categorize and think in terms of ideas are described as conceptually oriented. The classifications proposed by Burton (1999) and Krutetskii (1976) show notable similarities. Although analytic and visual (geometric) thinking styles are defined in similar ways by both researchers, Burton's conceptual thinking style differs from Krutetskii's harmonic thinking style. Akçakın and Kaya (2020) suggest that one reason for this difference may be that such classifications of mathematical thinking styles are generally based on observation rather than experimental studies.

Another classification of mathematical thinking styles was introduced into the literature by Borromeo Ferri (2012, 2015). Based on an experimental study conducted with the 9^{th} and 10^{th} grade students, the researcher identified three types of thinking styles: visual, analytic, and integrated. Although Borromeo Ferri's (2015) classification resembles that of Krutetskii (1976), Borromeo Ferri provides more functional and detailed definitions of these concepts. The definitions of thinking styles proposed by Borromeo Ferri (2015) are as follows:

Analytic thinking style: Individuals who think in this way do not attempt to solve mathematical problems visually; instead, their mathematical development progresses unidirectionally in an analytic manner. They prefer to engage in internal formal imagery through verbal or symbolic methods when dealing with mathematical situations and generally favour a step-by-step approach rather than addressing situations as a whole.

Visual thinking style: Individuals who use this thinking style create visual images in their minds (internal images formed through imagination) and prefer to construct visual representations outside the mind

(external pictorial representations). They also comprehend mathematical relationships and situations from a holistic perspective. Their experiences influence their internal imagination.

Integrated (harmonic/holistic) thinking style: Individuals with this thinking style use visual and analytic thinking together in a balanced manner. They can easily establish connections formed by mathematical expressions and flexibly shift between different representations or modes of progression.

Beliefs Related to Mathematical Problem Solving

One of the fundamental components of mathematical thinking is problem solving (Polya, 1945; Schoenfeld, 1992). One of the essential prerequisites for understanding the concept of problem solving is defining what a problem is. A problem is described as any situation encountered in daily life for which the solution path is not immediately known but a solution is required (Polya, 1962). According to Sheffield and Cruikshank (2005), a problem is a question or situation whose solution is previously not known and which creates complexity for the individual. From a mathematical perspective, a problem is defined as a situation in which something must be found or demonstrated, but the method for doing so is not immediately apparent based on existing knowledge (Grouws, 1996). Bloom and Niss (1991) describe a problem as a situation that contains specific open questions, captures the individual's interest, and for which the individual does not possess sufficient algorithmic or procedural knowledge to answer those questions. Problem solving, in turn, can be viewed as the effort to overcome the difficult situation described in the problem definition and as the act of coping with the problem (Heppner & Peterson, 1982). Moreover, problem solving is regarded as a situation emerging from the experiences students acquire during the teaching–learning process (Schoenfeld, 1985) and as knowing what needs to be done when it is not clear what to do (Altun, 2008). A problem creates cognitive disequilibrium in the individual, and the restoration of cognitive balance is achieved through the problem-solving process (Baki, 2018). Problem solving is a mental process that requires individuals to generate solutions appropriate to the problem based on their own knowledge, experience, and skills (Lai & Yang, 2011), and it involves complex performance across emotional and social domains (Morgan & Williams, 2007). For this reason, educating individuals with advanced problem-solving skills is considered an important step for social development (Yorulmaz et al., 2021). Accordingly, it is possible to state that problem posing and problem solving enable students to explore mathematical situations and gain experience in expressing their mathematical ideas verbally or written (Gür & Korkmaz, 2003).

In order to develop problem-solving skills, it can be argued that identifying the factors affecting problem-solving ability and subsequently revealing the relationships among these factors would be beneficial (Yorulmaz et al., 2021). The literature shows that these factors have been addressed through different approaches. For example, motivation, readiness level, and socio-cultural environment are considered individual factors (Silik, 2016), while the structure of the education system can be regarded as a societal factor (Izgar et al., 2004). These factors may be broadly classified as experiential, cognitive, and affective (Charles & Lester, 1982), or alternatively as resources, strategies, metacognition, and beliefs (Schoenfeld, 1985). The present study focuses on beliefs related to mathematical problem solving.

As the emphasis on problem solving in mathematics education has increased, investigating problem-solving processes and the views and understandings of teachers and students in this regard has become increasingly important. Learning is a complex concept that encompasses cognitive, affective, and behavioural factors. When the subcomponents of this broad classification are examined, beliefs emerge as a significant factor influencing the teaching–learning process (Pajares, 1992; Thompson, 1992). Mathematical beliefs are personal value judgments shaped by an individual's past experiences (Raymond, 1997). From the perspective of educational research, beliefs are also defined as the understandings, basic assumptions, and propositions that individuals develop regarding phenomena in their environment and hold in their minds (Richardson, 1996).

The themes around which research on beliefs about mathematics has converged can be examined under three categories: beliefs regarding the nature of mathematics, the learning of mathematics, and problem solving; beliefs about oneself in relation to mathematics and beliefs about the social context of learning mathematics (Op't Eynde et al., 2002). An examination of these categories reveals that beliefs about mathematics have both cognitive and affective dimensions. Beliefs about learning and teaching mathematics

and about problem solving are related to the cognitive dimension, whereas beliefs about how individuals perceive themselves in mathematics pertain to the affective domain. Therefore, it can be stated that cognitive and affective elements are intertwined in research on mathematical beliefs (Uysal, 2017).

Findings from studies examining beliefs about mathematics courses indicate that teachers and students tend to perceive mathematics as consisting merely of numbers and calculations. In addition, they view problem solving as finding the correct answer and believe that learning mathematics relies on memorization (Picker & Berry, 2000; Raymond, 1997; Toluk Uçar et al., 2010). This situation demonstrates that individual's beliefs about mathematics influence learning and problem solving (Kloosterman & Stage, 1992).

Purpose and Significance of the Study

The present study aims to examine high school students' mathematical thinking styles and their beliefs related to mathematical problem solving. In addition, the relationship between mathematical thinking styles and beliefs about mathematical problem solving is also investigated. Within this framework, the main research problem and sub-problems of the study are formulated as follows:

1. How are mathematical thinking styles distributed among high school students during the problem-solving process?

1.1. How do high school students' mathematical thinking styles in the problem-solving process vary according to grade level?

1.2. Do high school students' mathematical thinking styles in the problem-solving process differ significantly by grade level?

1.3. Do high school students' mathematical thinking styles in the problem-solving process differ significantly by gender?

2. What are the levels of high school students' beliefs about problem solving?

2.1. Do high school students' beliefs about problem solving differ significantly according to grade level?

2.2. Do high school students' beliefs about problem solving differ significantly by gender?

3. Is there a statistically significant relationship between high school students' mathematical thinking styles and their beliefs about mathematical problem solving?

In mathematics education research, mathematical thinking styles have been examined in relation to the affective and cognitive components of learning (Hegarty & Kozhevnikov, 1999; Arcavi, 2003; Presmeg, 2006). Within this context, thinking styles have been considered an important factor in explaining students' mathematical achievement (Borromeo Ferri, 2015). On the other hand, students' mathematical thinking styles provide teachers with valuable information about students' thinking processes. Based on this information, teachers can organize instructional environments and activities in ways that facilitate students' deeper understanding of mathematics. Moreover, since thinking styles are valuable in terms of student–teacher interaction (Sternberg & Grigorenko, 1995), identifying thinking styles is considered important.

As the emphasis on problem solving in mathematics education has increased, investigating problem-solving processes and the perceptions and conceptions of teachers and students regarding these processes has become increasingly significant. A review of the literature indicates that individuals' beliefs about mathematics influence both problem solving and learning. Therefore, students' beliefs about problem solving constitute an important area of research.

Mathematical beliefs are personal value judgments shaped by individuals' past experiences (Raymond, 1997). Accordingly, beliefs about a given phenomenon influence an individual's perceptions (Pajares, 1992).

Studies in the literature reveal that both teachers and students often hold the belief that mathematics consists solely of numbers and operations. Furthermore, they tend to believe that problem solving revolves only around finding the correct answer and that learning mathematics is achieved through memorization (Picker & Berry, 2000; Toluk Uçar et al., 2010). Present findings demonstrate that such beliefs affect problem solving and students' learning of mathematics (Kloosterman & Stage, 1992). In this regard, the literature includes studies that separately address the mathematical thinking styles and problem-solving beliefs of students, teachers, and pre-service teachers. In the present study, mathematical thinking styles and beliefs about problem solving are examined together as two fundamental components of problem solving, which is both a teaching method and a learning process in mathematics education. In this respect, the study is considered original and is expected to make a significant contribution to the field.

The study is also considered important in terms of its contribution to the literature by informing the selection of problems that enable the development of all thinking styles, the design of instructional environments in which possible solutions are discussed, and the development of activities aimed at increasing awareness of beliefs related specifically to problem solving and, more generally, to mathematics and the teaching and learning of mathematics, as well as the importance of these beliefs in mathematical learning.

METHOD

Research Design

This study, which aims to investigate the distribution of high school students' mathematical thinking styles, their levels of beliefs about problem solving, and the relationship between these variables, adopts a quantitative research approach. Among general survey models, the relational survey model was selected as the research design. As is known, survey models aim to describe past or present situations as they exist, in order to reach conclusions applicable to a population, without attempting to manipulate or influence variables (Karasar, 2008). Since survey studies are generally based on large amounts of data, they are typically conducted with large samples (Metin, 2014). The relational survey model is defined as a research model that aims to determine whether there is a relationship and/or the degree of relationship between two or more variables. This model includes two types: correlational and comparative (Karasar, 2008, p. 81). In the present study, the correlational type of relational survey model was employed. In correlational research models, "it is examined whether variables change together and how the observed change occurs" (Karasar, 2008, p. 82).

Population and Sample

The population of the study consists of secondary school students enrolled during the 2022–2023 academic year in a province located in the Marmara Region of Turkey. To form the sample representing the population, the convenience sampling method was used (Yıldırım & Şimşek, 2021). The demographic characteristics of the participants included in the study are presented in Table 1.

Table 1

Demographic Characteristics of the Participants

Demographic Characteristics		***f***	***%***
Gender	Female	139	30,1
	Male	323	69,9
Grade	9th grade	166	35,9
	10th grade	168	36,4
	11th grade	128	27,7
Total		462	100

Of the 462 students comprising the study population, 139 (30.1%) were female and 323 (69.9%) were male. Among the high school students, 166 (35.9%) were in the 9th grade, 168 (36.4%) in the 10th grade, and 128 (27.7%) in the 11th grade. Due to the low voluntary participation of 12th grade students, who were preparing for the university entrance examination during the data collection period, they were not included in the study.

Data Collection Instruments

In this study, the "Mathematical Processing Test (MPT)" (Suwarsono, 1982) and the "Beliefs about Mathematical Problem Solving Scale (BMPS)" (Kloosterman & Stage, 1992) were used. The translation, validity, and reliability studies of these instruments were conducted by Hacıömeroğlu and Hacıömeroğlu (2013) and Hacıömeroğlu (2011) respectively.

Mathematical Processing Test

The MPT consists of two sections: Test I (MPT I) and Test II (MPT II). The fifteen mathematical problems in MPT I are easier than those in MPT II; however, the questions in both tests were prepared in parallel. The solution key prepared for the test includes four or five different solutions for each question. According to Hacıömeroğlu and Hacıömeroğlu (2013), test–retest results indicate that the reliability of the test is acceptable and high, and that the MPT is a valid and reliable measurement instrument for use in Turkish culture. For the present study, the Cronbach's alpha coefficient of the test was calculated as .60.

Beliefs about Mathematical Problem Solving Scale

The BMPS consists of 24 items on a 5-point Likert scale. The scale comprises five sub-dimensions: "Mathematical Skill," "The Role of Mathematics," "Understanding the Problem," "The Importance of Mathematics," and "Problem-Solving Skill." In the adaptation study of the scale, the internal consistency reliability coefficient was calculated as .77

DATA COLLECTION AND ANALYSIS

Data Collection Process

As the first step of the data collection process, institutional permissions were obtained from the ethics committee, the provincial directorate of national education, and the governor's office. After obtaining the necessary permissions, high school students studying in two different districts of Bursa province were informed about the study. Participation in the research was voluntary.

The MPT was initially administered to the participants. In order to provide sufficient time and an appropriate environment for solving the mathematical problems included in the test, an implementation schedule was prepared with the assistance of the researcher and the teachers working at the students' schools. According to this schedule, students were first given the fifteen problems in MPT I, followed by the fifteen problems in MPT II, and were asked to solve them. Subsequently, students were asked to mark their solutions for each problem individually on the distributed solution key by selecting among the possible solutions. If their own solutions were not included in the solution key, they were instructed to mark the "other" option and write their solutions.

In the next stage of the implementation schedule, the Beliefs about Mathematical Problem Solving Scale was administered. During this stage, students were informed about the scale by the researcher, and it was emphasized that providing sincere responses was crucial for the integrity of the study.

Data Analysis

Data analysis was conducted using the SPSS 20.0 software package, and the significance level was set at .05.

Analysis of Mathematical Processing Test Data

Each problem in the MPT has either visual or analytic solutions. Regardless of whether the answers marked by students in the solution key were correct or incorrect, scoring was conducted by grading two points for visual solutions, zero points for non-visual solutions, and one point for mixed solutions. Thus, the total scores obtained from the test ranged between 0 and 60.

Although it is difficult to make strict distinctions among analytic, geometric, and harmonic thinkers based solely on test scores, the literature offers various approaches for this purpose. In the present study, the classification method used by Taşova (2011), which involves determining lower and upper limits for each group, was adopted. Accordingly, to divide participants' total test scores into three groups, the range of distribution—calculated as the difference between the maximum and minimum scores—was divided by the desired number of groups (three groups in this study: analytic, visual, and harmonic) to obtain the class interval (Akar & Şahinler, 1997). The resulting class interval was used to determine the minimum and maximum scores for each thinking style. The class intervals obtained for MPT I, MPT II, and the overall MPT are presented in Table 2.

Table 2

Class intervals obtained for MPT I, MPT II, and MPT

Styles	MPT I Score intervals	MPT II Score intervals	MPT Score intervals
Analytic	2-11	3-12	6-21
Harmonic	12-20	13-21	22-36
Visual	21-29	22-30	37-52

Before conducting statistical analyses on students' responses to the MPT, the distribution of the data was examined. According to the results of the Kolmogorov–Smirnov and Shapiro–Wilk tests ($p > .05$), the skewness and kurtosis values were −.228 and .302, respectively, indicating that the data were normally distributed (Büyüköztürk, 2012). Based on the normality test results, the dataset was deemed suitable for parametric analysis. A t-test was used to examine whether the distribution of mathematical thinking styles differed significantly by gender, while ANOVA was used for the grade-level variable.

Analysis of Beliefs about Mathematical Problem Solving Scale Data

The Kolmogorov–Smirnov and Shapiro–Wilk tests ($p > .05$) were applied to the data obtained from the Beliefs about Mathematical Problem Solving Scale. Since the skewness and kurtosis values were −.181 and −.039, respectively, the data were found to be normally distributed (Büyüköztürk, 2012). Accordingly, the dataset was considered suitable for parametric analysis. A t-test was used to determine whether beliefs about problem solving differed significantly by gender, while ANOVA was employed for the grade-level variable. In addition, to determine students' levels of beliefs about mathematical problem solving based on their scale scores, the classification used by Yorulmaz et al. (2021) was adopted. According to this classification, scores between 0 and 1.67 indicate a "low" level of belief, scores between 1.68 and 3.36 indicate a "moderate" level, and scores between 3.37 and 5.00 indicate a "high" level of belief.

Furthermore, Pearson correlation analysis was conducted to determine whether there was a relationship between participants' mathematical thinking preferences and their beliefs about mathematical problem solving, and, if so, to identify the direction of this relationship.

FINDINGS

Findings Related to Mathematical Thinking Styles

Table 3 presents the findings regarding the minimum score, maximum score, mean, and standard deviation values obtained as a result of the descriptive analysis of the participants' responses to the Mathematical Processing Test (MPT).

Table 3

Descriptive Statistics Related to the Mathematical Processing Test

Tests	N	Min. Scr	Max. Scr	$\bar{X}$	S
MPT I	396	2	29	17,68	4,42
MPT II	397	3	30	15,33	4,59
MPT	394	6	52	33,05	7,38

An examination of Table 3 shows that MPT I was completed by 396 students, MPT II by 397 students, and the overall MPT by 394 students. The minimum scores obtained from MPT I and MPT II were 2 and 3, respectively, while the minimum score obtained from the overall MPT was 6. The maximum scores obtained from MPT I and MPT II were 29 and 30, respectively, and the maximum score for the overall MPT was 52. The mean scores obtained from MPT I, MPT II, and the overall MPT were calculated as 17.68, 15.33, and 33.05, respectively.

The findings regarding the thinking styles (analytic, harmonic, and visual) preferred by 9th, 10th and 11th grade students while solving mathematical problems are presented in Table 4.

Table 4

Distributions of Mathematical Thinking Styles

	MPT I		MPT II		MPT	
	n	*%*	*n*	*%*	*n*	*%*
Analytic	31	7,8	109	27,5	23	5,8
Harmonic	266	64,6	254	64	251	63,7
Visual	109	27,5	34	8,6	120	30,5

As shown in Table 4, in MPT I, 31 students preferred the analytic approach, 266 students preferred the harmonic approach, and 109 students preferred the visual approach. In MPT II, 109 students adopted the analytic approach, 254 students preferred the harmonic approach, and 34 students used the visual approach. When the MPT was analysed as a whole, it was found that 23 students exhibited an analytic thinking style, 251 students a harmonic thinking style, and 120 students a visual thinking style. According to these results, 63.7% of high school students preferred the harmonic thinking style when solving mathematical problems. While 30.5% of the students preferred the visual thinking style, only 5.8% favoured the analytic thinking style.

The findings related to thinking styles indicate that as the difficulty level of the questions increased, students tended to use the analytic solution approach more frequently, whereas the proportion of students employing the harmonic approach remained unchanged. In contrast, the proportion of students preferring the visual approach decreased as the difficulty of the questions increased. Accordingly, it can be stated that when the level of difficulty shifts from easier to more difficult, changes occur in students' analytic and visual solution preferences, while the proportion of students adopting the harmonic approach remains stable. Moreover, when

the MPT is considered as a whole, students' thinking preferences are largely concentrated on the harmonic thinking style, followed by the visual and analytic thinking styles, respectively.

The distribution of participants' thinking styles according to grade level is presented in Table5.

Table 5

Preferences of 9th, 10th and 11th Grade Students Regarding MPT I

Preferences	**9th grade**		**10th grade**		**11th grade**	
	n	***%***	***n***	***%***	***N***	***%***
Analytic	10	8	11	6,58	10	9,6
Harmonic	80	64	111	66,46	65	62,5
Visual	35	28	45	26,94	29	27,88
Total	125	100	167	100	104	100

According to Table 5, 125 ninth-grade students, 167 tenth-grade students, and 104 eleventh-grade students participated in MPT I. It was observed that 10 students from the 9th grade, 11 students from the 10th grade, and 10 students from the 11th grade preferred the analytic solution approach. In addition, 111 students from the 9th grade, 111 students from the 10th grade, and 65 students from the 11th grade preferred the harmonic approach when solving mathematical problems. The distribution of students who preferred the visual solution approach by grade level was as follows: 35 students from the 9th grade, 45 students from the 10th grade, and 29 students from the 11th grade.

A general evaluation of Table 5 reveals that at all grade levels, students most frequently preferred the harmonic solution approach and least frequently preferred the analytic solution approach when solving mathematical problems.

The distribution of high school students' solution choices in MPT II by grade level is presented in Table 6.

Table 6

Preferences of 9th, 10th and 11th Grade Students Regarding MPT II

Preferences	**9th grade**		**10th grade**		**11th grade**	
	n	*%*	*n*	*%*	*N*	*%*
Analytic	33	26,4	38	22,61	38	36,53
Harmonic	81	64,8	114	67,85	59	56,73
Visual	11	8,8	16	9,52	7	6,73
Total	125	100	168	100	104	100

A total of 125 ninth-grade students, 168 tenth-grade students, and 104 eleventh-grade students responded to the fifteen problems in MPT II. Among these students, 33 ninth-grade students and 38 students from both the 10th and 11th grades used the analytic thinking approach while solving the problems. The numbers of students who preferred the harmonic thinking approach were 81, 114, and 59 for the 9th, 10th and 11th grades, respectively. The numbers of students who preferred the visual solution approach were identified as 11 from the 9th grade, 16 from the 10th grade, and 7 from the 11th grade.

As shown in Table 6, for MPT II, high school students at all grade levels most frequently preferred the harmonic solution approach and least frequently preferred the visual solution approach in solving mathematical problems.

The findings obtained when students' responses to MPT I and MPT II were analysed together are presented in Table 7.

Tablo 7

Preferences of 9th, 10th and 11th Grade Students Regarding MPT

Preferences	9th grade		10th grade		11th grade	
	n	*%*	*n*	*%*	*N*	*%*
Analytic	5	4,03	8	4,79	10	9,7
Harmonic	87	70,16	100	59,88	64	62,13
Visual	32	25,8	59	35,32	29	28,15
Total	124	100	167	100	103	100

While five 9th grade students, eight 10th grade students, and ten 11th grade students preferred the analytic solution approach, 87 students from the 9th grade, 100 students from the 10th grade, and 64 students from the 11th grade preferred the harmonic approach. In addition, 32 students from the 9th grade, 59 students from the 10th grade, and 29 students from the 11th grade preferred the visual solution approach.

The analysis of the data obtained from students' responses to the MPT indicates that, when thinking style preferences are examined by grade level, the harmonic thinking style is the most preferred at all three grade levels. It was also found that the proportion of 10th grade students preferring the visual thinking style was higher than that of 9th and 11th grade students, while the analytic thinking style was the least preferred across all grade levels.

An ANOVA test was conducted to determine whether students' thinking styles differed significantly according to grade level. The results of the ANOVA test are presented in Table 8.

Table 8

ANOVA Results Related to Mathematical Processing Test Scores

	Source of Variance	Sum of Squares	*Sd*	Mean squares	*F*	*p*
MPT I	Between groups	.030	2	.015		
	Within groups	34	396	.87	.74	.840
	Total	34	398	.87		
MPT II	Between groups	.421	2	.210	2,250	107
	Within groups	37,02	396	.087		
	Total	37,45	398	.087		
MPT	Between groups	.128	2	.064		
	Within groups	24,157	396	.061	1,046	.352
	Total	24,285	398			

The obtained values for MPT I [F(2,396)=.74, p=.840>.05], MPT II [F(2,396)=2.250, p=.107>.05], and the overall MPT [F(2,396)=1.046, p=.352>.05] indicate that high school students' mathematical thinking styles during the problem-solving process do not differ significantly by grade level.

To determine whether mathematical thinking styles differed by gender, an independent samples t-test was conducted, and the results are presented in Table 9.

Table 9
t-Test Results Related to Mathematical Processing Test Scores

Tests	Groups	*N*	*X*	*SS*	*S*	*Sd*	*p*
MPT I	Female	123	1,16	.28	-.78	397	.43
	Male	276	1,18	.30			
MPT II	Female	123	1,01	.29	-.10	397	.91
	Male	276	1,02	.31			
MPT	Female	123	1,08	.24	-.53	397	.59
	Male	276	1,10	.25			

Based on the t-test results for MPT I (p=.43>.05), MPT II (p=.91>.05), and the overall MPT (p=.59>.05), no statistically significant difference was found between students' thinking styles and the gender variable.

Findings Related to Beliefs About Mathematical Problem Solving

Descriptive statistics conducted to determine high school students' levels of beliefs about problem solving are presented in Table 10.

Table 10

Descriptive Statistics for the Mathematical Problem-Solving Beliefs Scale

Subscales	*n*	*X*	Sd	Min.	Max.	Level
Mathematical Ability	462	3,00	.35	1,00	4,80	moderate
Role of Mathematics	462	3,11	.59	1,33	5,00	moderate
Understanding the Problem	462	3,06	.75	1,00	5,00	moderate
Importance of Mathematics	462	3,22	1.00	1,00	5,00	moderate
Problem-Solving Skill	462	2,98	.59	1,25	4,75	moderate
Beliefs Toward Mathematical Problem Solving	462	3,07	.28	2,21	3,88	moderate

An examination of Table 10 reveals that students' beliefs about problem solving are at a moderate level ($\bar{x}$=3.07). When belief scores are examined according to sub-dimensions, it is observed that participants also have moderate levels of belief in mathematical skill ($\bar{x}$=3.00), the role of mathematics ($\bar{x}$=3.11), understanding the problem ($\bar{x}$=3.06), the importance of mathematics ($\bar{x}$=3.22), and problem-solving skill ($\bar{x}$=2.98).

An independent samples t-test was applied to determine whether high school students' beliefs about problem solving differed by gender, and the results are presented in Table 11.

Table 11

t-Test Results for Scores on the Mathematical Problem-Solving Beliefs Scale

Subscales	Groups	*N*	*X*	*SS*	*S*	*Sd*	*p*
Mathematical Ability	Female	139	2,98	.37	-1,38	460	.17
	Male	323	3,03	.34			
Role of Mathematics	Female	139	3,15	.58	1,00	460	.31
	Male	323	3,09	.60			
Understanding the Problem	Female	139	3,05	.71	-.261	460	.79
	Male	323	3,07	.77			
Importance of Mathematics	Female	139	3,32	.95	1,47	460	.14
	Male	323	3,17	1.03			
Problem-Solving Skill	Female	139	3,01	.60	.65	460	.51
	Male	323	2,97	.59			
Total Scale	Female	139	3,09	.27	.90	460	.36
	Male	323	3,06	.28			

When the overall scale was considered, the mean belief score of female students was $\bar{x}$=3.09, while that of male students was $\bar{x}$=3.06. An examination of the t-test statistics [t(460)=.36, p>.05] indicates that participants' belief scores regarding mathematical problem solving do not differ significantly by gender.

With respect to the mathematical skill sub-dimension, the mean score of female students was $\bar{x}$=2.98, whereas the mean score of male students was $\bar{x}$=3.03. According to the t-test results for this sub-dimension [t(460)=.31, p>.05], no statistically significant difference was found between genders. Similarly, no statistically significant differences were observed between female ($\bar{x}$=3.15) and male ($\bar{x}$=3.09) students in the role of mathematics sub-dimension [t(460)=.31, p>.05]. In line with these findings, t-test results for understanding the problem [t(460)=.79, p>.05], the importance of mathematics [t(460)=.14, p>.05], and problem-solving skill [t(460)=.51, p>.05] sub-dimensions also indicated no statistically significant gender-based differences.

Overall, the analyses of the data obtained from the Beliefs about Mathematical Problem Solving Scale suggest that participants' belief levels, both for the entire scale and its sub-dimensions, do not differ by gender.

To examine whether high school students' beliefs about mathematical problem solving differed by grade level, an ANOVA test was conducted, and the results are presented by sub-dimensions in Table 12.

Table 12

ANOVA Results for Scores on the Mathematical Problem-Solving Beliefs Scale

	Source of Variance	Sum of squares	*Sd*	Mean square	*F*	*p*
Mathematical Ability	Between Groups	.07	2	.03	.301	.74
	Within Groups	57,29	459	.01		
	Total	57,37	461			
Role of mathematics	Between Groups	1,70	2	.85	2,41	.09
	Within Groups	161,41	459	.35		
	Total	164,123	461			
Understanding the problem	Between Groups	1.24	2	.62	1,08	.33
	Within Groups	263,030	459	.57		
	Total	264,24	461			
Importance of mathematics	Between Groups	.68	2	.34	.33	.71
	Within Groups	466,09	459	1,01		
	Total	466,77	461			
Problem-solving skill	Between Groups	3,68	2	1,84	5,22	.00
	Within Groups	161,76	459	.35		
	Total	165,43	461			
Total Scale	Between Groups	.07	2	.03	.43	.64
	Within Groups	37,54	459	.08		
	Total	37,61	461			

When the data obtained from the scale were evaluated as a whole, it was concluded that students' mean belief scores regarding mathematical problem solving did not differ significantly by grade level [F(2,459)=.43, p=.64>.05]. Similar results were obtained for all sub-dimensions except one.

According to the ANOVA results for the mathematical skill [F(2,459)=.301, p=.74>.05], role of mathematics [F(2,459)=2.41, p=.09>.05], understanding the problem [F(2,459)=1.08, p=.33>.05], and importance of mathematics [F(2,459)=.33, p=.71>.05] sub-dimensions, students' belief scores did not differ significantly by grade level. However, for the problem-solving skill sub-dimension, the ANOVA results [F(2,459)=5.22, p=.00<.05] indicate a statistically significant difference in favour of ninth-grade students.

Pearson correlation analysis was conducted to determine whether there was a significant relationship between the mathematical thinking styles of the participating high school students and their beliefs about mathematical problem solving. The relevant statistical values are presented in Table 13.

Table 13

The Relationship Between Students' Mathematical Thinking Styles and Their Beliefs Toward Mathematical Problem Solving

	Mathematical Thinking Styles	**Beliefs Toward Mathematical Problem Solving**
Mathematical Thinking Styles	1	.158
Beliefs Toward Mathematical Problem Solving		1

An examination of Table 13 indicates that there is no significant relationship between students' mathematical thinking styles and their beliefs about problem solving (r=.158).

Finally, Pearson correlation analysis was performed to examine the relationship between students' mathematical thinking styles and the sub-dimensions of the mathematical beliefs scale, namely mathematical skill, role of mathematics, understanding the problem, importance of mathematics, and problem-solving skill. The statistical values obtained from this analysis are presented in Table 14.

Table 14

The Relationship Between Mathematical Thinking Styles and the Subdimensions of Beliefs Toward Mathematical Problem Solving

	Mathematical Thinking Styles	**Mathematical Ability**	**Role of Mathematics**	**Understanding the problem**	**Importance of Mathematics**	**Problem-Solving Skill**
Mathematical Thinking Styles	1	.075	-.02	.004	.047	.101*
Mathematical Ability		1	.072	.036	-.007	-.023
Role of Mathematics			1	-.143**	-.292**	.030
Understanding the problem				1	.474**	-.048
Importance of Mathematics					1	-.077
Problem-Solving Skill						1

**Significant at the .05 level.*

According to the results, a positive but weak relationship was found only between mathematical thinking styles and the problem-solving skill sub-dimension (r=.101, p<.05).

CONCLUSION, DISCUSSION, AND RECOMMENDATIONS

Within the scope of this study, the results obtained regarding participants' mathematical thinking styles indicate that students predominantly prefer the harmonic thinking style, followed respectively by the visual and analytic styles. In addition, it was found that as the type of question became more difficult, students increasingly employed analytic solution approaches, while the proportion of students preferring visual approaches decreased. Similarly, studies by Eisenberg and Dreyfus (1991), Guzman (2002), and Lowrie (2000) reported that both students and teachers tend to avoid using visual thinking skills and prefer analytic solutions over visual ones. Hacıömeroğlu and Hacıömeroğlu (2013) also found that pre-service teachers predominantly adopted the harmonic thinking style when solving mathematical problems and increasingly relied on analytic solution approaches as problem difficulty increased. These findings are consistent with the results of the present study. Consequently, it can be suggested that the mathematical thinking patterns of high school and university students exhibit similar characteristics.

In the study conducted with 9th and 10th grade students, Akçakın and Kaya (2020) found that students predominantly possessed an integrated thinking style. Students who prefer this style may use visual and analytic thinking simultaneously or shift between these styles (Borromeo Ferri, 2015). The researchers also concluded that the least preferred thinking style was analytic thinking.

Huincahue et al. (2021), in a study conducted with a sample of 275 Chilean students aged 16, investigated the relationship between students' preferred thinking styles while performing mathematical tasks and their mathematics achievement. The researchers found a clear and positive correlation between mathematical performance and analytic thinking style, indicating that Chilean students who preferred analytic thinking achieved higher grades. They further concluded that students who favoured analytic thinking were more advantaged in school due to the greater emphasis placed on analytic mathematical thinking in assessment processes. This emphasis on analytic thinking may be explained by the vision underlying mathematics teacher education. In this context, it can be argued that mathematics teachers, as mathematicians themselves,tend to evaluate students' performance based on proximity to the formal mathematical perspective of the mathematical community (Huincahue et al., 2021). Huincahue et al. (2021) suggested that the positive correlation between analytic thinking style and grades may stem from teachers' evaluation practices centred on formal and analytic mathematics, which are commonly used in standardized tests in Chile, thereby promoting formal and analytic representations of mathematics over visual ones. Given that a similar assessment structure exists in Turkey, further studies examining the relationship between Turkish students' mathematical performance and their thinking styles are recommended.

In a study examining pre-service mathematics teachers' thinking and visualization skills during modelling activities and performance processes, Taşova (2011) found that among 75 pre-service teachers, 23 exhibited analytic, 43 harmonic, and only 9 geometric thinking structures. The study also revealed that pre-service teachers largely favoured verbal–logical components of thinking over visual–imagistic components. According to Taşova (2011), the limited number of pre-service teachers with a geometric thinking structure may be explained by the algebra-focused secondary mathematics curriculum and exam-oriented instructional approaches used in the university entrance system. As these approaches prioritize reaching solutions quickly, the problem-solving process is often neglected. Consequently, solution processes relying heavily on verbal–logical skills and algebraic operations—mostly formula-based and lacking geometric reasoning—tend to emerge. This interpretation may also help explain the findings of the present study, which showed that students increasingly used analytic solution approaches and decreased their preference for visual approaches as problem difficulty increased.

When thinking styles were examined according to grade level, it was observed that there was no statistically significant difference in the distribution of students' thinking styles across grade levels, and that the majority of students preferred the harmonic solution approach when solving problems. At all grade levels, students were found to prefer visual solution approaches more frequently than analytic ones. Similarly, Hacıömeroğlu and Hacıömeroğlu (2013) reported that fourth-year pre-service teachers, compared to third-year pre-service teachers, did not prefer analytic solutions for either easy or difficult problems. The fact that the thinking styles preferred by both high school students and pre-service teachers do not vary by grade level warrants further investigation. As grade level increases and mathematical concepts become more abstract, an

increased prominence of analytic thinking would be expected. Identifying the factors that prevent this expectation from being realized is therefore of particular importance.

When high school students' mathematical thinking styles were examined in relation to gender, the present study found no statistically significant difference between female and male students, indicating that both genders exhibited similar distributions of problem-solving preferences for the same mathematical tasks. This finding does not align with the results of Akçakın and Kaya (2020), who reported that female students tended to exhibit analytic thinking styles more frequently, whereas male students favoured visual thinking styles, and that females showed a greater tendency toward integrated thinking. In mathematics education research, whether gender constitutes a factor influencing students' mathematical performance remains a topic of debate (Akçakın & Kaya, 2020; Lyons-Thomas et al., 2014; Işıksal & Çakıroğlu, 2008). However, such studies generally identify the existence of gender differences without sufficiently explaining their underlying causes (Akçakın & Kaya, 2020). Considering the potential role of mathematical thinking in students' mathematical performance, there is a need for more comprehensive studies to examine the relationships between gender and these components.

Another component of the present study focused on students' beliefs about mathematical problem solving. The results indicated that participants' belief levels were moderate, suggesting that students' beliefs regarding mathematical problem solving were not at a sufficiently high level. Similarly, Taşkın et al. (2012) found that tenth-grade students' beliefs about problem solving were at a moderate level. Studies examining pre-service teachers' beliefs about mathematical problem solving, however, generally report moderate to high levels of belief. For instance, Ketenci (2019) found that, except for the sub-dimensions of understanding the problem and the importance of mathematics, classroom teacher candidates' beliefs were at a moderate level in the sub-dimensions of mathematical skill, the role of mathematics, and problem-solving skill. Studies by Usta et al. (2019), Baş et al. (2016), and Ünlü and Sarpkaya-Aktaş (2016) reported that the majority of pre-service mathematics teachers held high levels of belief regarding problem solving. Kayan and Çakıroğlu (2008), in a study with elementary mathematics teachers, found that while teachers held positive beliefs about mathematical problem solving, the researhers also possessed some traditional views regarding the role of routine computational skills and the use of predetermined steps in problem solving. Other studies (Duatepe-Paksu, 2008; Yılmaz & Delice, 2007) reported that pre-service mathematics teachers held beliefs that negatively influenced problem-solving processes, such as viewing mathematics as a discipline based on memorization and rules, and abandoning problems they could not solve quickly. Given that teachers' beliefs significantly influence the classroom environments they create, their students' beliefs about mathematics, and mathematical achievement (Ball, 1998; Grouws, 1996; Schoenfeld, 1992; Wilkins & Brand, 2004), it is important to examine teachers' and students' beliefs about problem solving together.

The findings also revealed that high school students' beliefs about mathematical problem solving did not differ by gender, either in total scores or across sub-dimensions. While many studies support this result (Başpınar, 2015; Kayan, 2007; Sağlam & Dost, 2014; Yavuz & Erbay, 2015), some studies (Soytürk, 2011) report differing outcomes. Similarly, participants' belief scores did not differ according to grade level, indicating that the belief structures of 9^{th}, 10^{th}, and 11^{th} grade students regarding mathematical problem solving were at comparable levels. This result is consistent with the findings of Başpınar (2015), who used the same scale. However, when analysed by sub-dimensions, similar results were obtained for all but one dimension: mathematical problem-solving skill.

Another important finding of the present study is that students' mathematical thinking styles were positively but weakly related only to the problem-solving skill sub-dimension of beliefs about problem solving. In mathematics education research, there are studies examining the relationships between beliefs about mathematical problem solving and various cognitive and affective factors such as self-efficacy, beliefs about mathematics teaching competence, beliefs about mathematics, and metacognitive awareness. For example, Taşkın et al. (2012) found a significant positive relationship between tenth-grade students' beliefs about problem solving and their success in non-routine problems, but no significant relationship with success in routine problems. Studies have also shown significant positive relationships between pre-service teachers' self-efficacy beliefs regarding mathematics teaching and their beliefs about problem solving (Ketenci, 2019; Usta et al., 2019). According to Yorulmaz et al. (2021), there is a moderate and significant relationship between

classroom teacher candidates' metacognitive awareness and their beliefs about mathematical problem solving, with metacognitive awareness explaining 13% of the variance in beliefs about mathematical problem solving.

In conclusion, considering the results of the present study, it is recommended that instructional environments be designed in which problems that allow the development of all thinking styles are selected and potential solutions are discussed. Furthermore, activities aimed at increasing awareness of the importance of beliefs related to problem solving in particular, and to mathematics learning and teaching in general, are also recommended. Finally, future studies are suggested to extend the present research by examining mathematical thinking styles in relation to other variables, such as academic achievement.

REFERENCES

Akar, M., & Şahinler, S. (1997). *İstatistik*. Adana: Ç. Ü. Ziraat Fakültesi Genel Yayın No: 74, Ders Kitapları Yayın No: 17.

Akçakın, V. & Kaya, G. (2020). Ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel düşünme stillerinin belirlenmesi: Örtük sınıf analizi. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, *45*(201), 39-54.

Altun, M. (2008). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Alfa Yayınları.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*, Derya Kitabevi, Trabzon.

Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi*. Pegem Akademi, Ankara.

Baki, A., Güven, B., & Karataş, İ. (2002, Eylül). Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek öğrenme. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri.* Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

Ball, D. (1998). Research on teacher learning: Studying how teachers' knowledge changes. *Action in Teacher Education*, *10(2),* 7-24.

Başpınar, K. (2015). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel inançları ve matematik öğretme kaygıları üzerine bir araştırma.* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyon.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (6-8. Sınıflar)*. Pegem Akademi, Ankara.

Bloom, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.

Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical modelling and application, 1*(1), 45-48.

Borromeo Ferri, R. (2012). Mathematical thinking styles and their influence on teaching and learning mathematics. *12th International Congress on Mathematical Education etkinliğinde sunulmuş bildiri*, COEX, Seoul, Korea.

Borromeo Ferri, R. (2015). Mathematical thinking styles in school and across cultures. *Selected Regular Lectures From The 12th International Congress on Mathematical Education* içinde (153-173 ss.). Springer International Publishing.

Bulut, S. (2004). *İlköğretim programı yeni yaklaşımlar matematik (1-5. Sınıf)*. Milli Eğitim Yayınları, Ankara.

Burton, L. (1999). *Mathematicians and their epistemologies and the learning of mathematics*. I. Schwank, (Ed.), First conference of the european society for research in mathematics education içinde (1. cilt, 87-102 ss.). Forschungsinstitut für Mathematik didaktik.

Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı istatistik, araştırma deseni SPSS ugulamaları ve yorum.* Ankara: Pegem Akademi.

Charles, R., & Lester, F. (1982). *Teaching problem solving: What, why and how.* Palo Alto, California: Dale Seymour Publications.

Duatepe-Paksu, A. (2008). Öğretmenlerin matematik hakkındaki inançlarının branş ve cinsiyet bakımından karşılaştırılması. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35,* 87-97.

Eisenberg, T., & Dreyfus, T. (1991). On the reluctance to visualize in mathematics. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 127–138). Washington, DC: MAA.

Ersoy, E., & Başer, N. E. (2013). Matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *21*(4), 1471-1486.

Grouws, D. A. (1996). *Critical issues in problem solving instruction in mathematics*. In D. Zhang, T. Sawada, & J. P. Becker (Eds.), *Proceedings of the China-Japan-U.S. seminar on mathematical education* (pp. 70-93). Carbondale, IL:Board of Trustees of Southern Illinois University.

Guzman, M. (2002). The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. *Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics.* University of Crete. Greece.

Gür, H. ve Korkmaz, E. (2003). İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerin problem ortaya atma becerilerinin belirlenmesi. *7. Matematik Sempozyumu Sergi ve Şenlikleri*.

Hacıömeroğlu, G. (2011). Matematiksel problem çözmeye ilişkin inanç ölçeğinin Türkçe'ye uyarlama çalışması. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*, 119-132.

Hacıömeroğlu, G., & Hacıömeroğlu, E. S. (2013). Matematik işlem testi'nin Türkçeye uyarlama çalışması ve öğretmen adaylarının matematik problemlerini çözme tercihleri. *Kuramsal Eğitim ve Bilim*, *6*(2), 196-203.

Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91, 684-689.

Henderson, P. B., Hitchner, L., Fritz, S. J., Marion, B., Scharff, C., Hamer, J., & Riedesel, C. (2003). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin, 35*(2), 185-190. doi:10.1145/782941.783001

Heppner, P. P., & Peterson, C. H. (1982). The development and implications of a personal problem solving inventory. *Journal of Counseling Psychology*, *29*, 66- 75. https://doi.org/10.1037/0022-0167.29.1.66.

Huincahue, J., Borromeo Ferri, R., Reyes-Santander, P., & Garrido-Véliz, V. (2021). Mathematical thinking styles—The advantage of analytic thinkers when learning *mathematics. Educ. Sci., 11,* 289.

Işıksal, M., & Çakıroğlu, E. (2008). Gender differences regarding mathematics achievement: The case of Turkish middle school students. *School Science and Mathematics, 108*(3), 113-120.

Izgar, H., Gürsel, M., Kesici, Ş., & Negiş, A. (2004). Önder davranışlarının problem çözme becerisine etkisi *[The effect of leader behaviors on problem solving skills].. XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı,* İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Malatya, Turkey.

Karasar, N. (2008). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayınevi.

Kayan, F. (2007). *In partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science in elementary science and mathematics education*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Middle East Technical University. Ankara.

Kayan, F., & Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 218–226.

Ketenci, T. (2019). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretimi yeterlik inançları ile matematiksel problem çözmeye ilişkin inançları arasındaki ilişki* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi], Pamukkale Üniversitesi.

Kloosterman, P., & Stage, F. (1992). Measuring beliefs about mathematical problem solving, *School Science and Mathematics*, *92*(3), 109-115.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: University of Chicago Press.

Lai, A. F., & Yang, S. M. (2011). The learning effect of visualized programming learning on 6 th graders' problem solving and logical reasoning abilities. *In 2011 International Conference on Electrical and Control Engineering (pp.6940-6944)*, IEEE.

Lowrie, T. (2000). A case of an individual's reluctance to visualize. *Focus on Problems in Mathematics*, *22,* 17-26.

Lyons-Thomas, J., Sandilands, D. V., & Ercikan, K. (2014). Gender differential item functioning in mathematics in four international jurisdictions. *Education and Science*, *39*(172), 20-32.

Metin, M. (2014). Kuramdan uygulamaya bilimsel araştırma yöntemleri (1. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Morgan, J., & Williams, B. C. (2007). Overview of problem solving. In S. W. Beyerlein, C. Holmes, and D. K. Apple (Eds.), *Faculty guidebook: A comprehensive tool for improving facultyperformance* (pp. 181-184). Lisle, IL: Pacific Crest.

Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematıcs-related beliefs. In Leder, G., Pehkonen, E. & Törner, G. (Eds.), Beliefs: *A Hidden Variable in Mathematics Educations*, (pp.13-37). Dordrecht: Kluwer.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, *62*(3), 307–332.

Picker, S.H., & Berry, J.S. (2000). Investigating pupils' images of mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, *43*(1), 65–94.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1962). *Mathematical Discovery: On understanding, teaching, and learning problem solving*. John Wiley& Son.

Presmeg, N. C. (1986). Visualization and mathematical giftedness. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 297-311.

Presmeg, N. C. (2006). *Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from psychology*. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future (pp. 205-235). Rotterdam, Sense Publishers.

Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(6), 552–575.

Richardson, V. (1996). *The role of attitudes and beliefs in learning to teach*. In J. Sikula (Ed.), Handbook of Research on Teacher Education (2nd ed., pp.102-119). Macmillan.

Sağlam, Y., & Dost, S. (2014). Preservice science and mathematics teachers' beliefs about mathematical problem solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 303-306.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. (Ed. D.A. Grouws). Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the national council of teachers of mathematics. (pp.334- 370). Macmillan.

Sheffield, L. J., & Cruikshank, D. E. (2005). *Teaching and learning mathematics prekindergarten through middle school*. Hoboken, N. J.*:* Wiley Jossey Bass Education.

Silik, Y. (2016*). Eğitsel robotik uygulamalarının fen bilgisi öğretmen adaylarının problem çözme becerisine etkisi.*[Yayınlanmamaış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.

Soytürk, İ. (2011). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlığı öz-yeterlikleri ve matematiksel problem çözmeye yönelik inançlarının araştırılması*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. İstanbul Üniversitesi.

Sternberg, R. (1997). *Thinking styles*. New York, NY: Cambridge University.

Sternberg, R. J., & Grigorenko, E. L. (1995). Styles of thinking in the school. *European Journal of High Ability*, 6(2), 201-219.

Suwarsono, S. (1982). *Visual imagery in the mathematical thinking of seventh grade students* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Monash University, Melbourne, Avustralya.

Taşkın, D., Aydın, F., Güven, B., & Akşan, E. (2012). Ortaöğretim öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inanç ve öz-yeterlilik algıları ile rutin ve rutin olmayan problemlerdeki başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Education Sciences*, *7*(1), 50-61. https://doi.org/10.12739/10.12739

Taşova, H. İ. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ve performansı sürecinde düşünme ve görselleme becerilerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Thompson, A. G. (1992). *Teachers' belief and conceptions: A synthesis of the research*. In D.A. Grouws (Ed.,), Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning (127–146 ss.). Macmillian.

Toluk Uçar, Z.T., Pişkin, M., Akkaş, E. N., & Taşçı, D. (2010). İlköğretim öğrencilerinin matematik, matematik öğretmenleri ve matematikçiler hakkındaki inançları. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, *35*(155), 131–144.

Tural, H. (2005). *İlköğretim matematik öğretiminde oyun ve etkinliklerle öğretimin erişi ve tutuma etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.

Umay, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmenliği programının öğrencilerin matematiğe karşı özyeterlik algısına etkisi. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16- 18.

Usta, N., Gökkurt-Özdemir, B., & Kutluca, T. (2019). Öğretmen adaylarının matematik öğretimine ilişkin öz-yeterlik, matematiksel problem çözmeye yönelik, matematiksel inançları ve bu inançlar arasındaki ilişki. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 14*(28), 347-371. https://doi.org/ 10.35675/befdergi.465800

Uysal, F. (2017). Lise öğrencilerinin matematiğe yönelik inançları. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi, 10*(53), 636-647.

Ünlü, M., & Sarpkaya Aktaş, G. (2016). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem kurma özyeterlik ve problem çözmeye yönelik inançları. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16*(4), 2040-2059.

Wilkins, J., & Brand, B. (2004). Change in pre-service teachers' beliefs: An evaluation of a mathematics methods course. *School Science & Mathematics*, *104*(5), 226-232.

Yavuz, G., & Erbay, H. N. (2015). The analysis of pre-service teachers' beliefs about mathematical problem solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 174, 2687-2692.

Yıldırım, A., & Şimsek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayinlari.

Yıldırım, C. (2015). *Matematiksel düşünme*. Remzi Kitapevi.

Yılmaz, K., & Delice, A. (2007). Öğretmen adaylarının epistemolojik ve problem çözme inançlarının problem çözme sürecine etkisi. *XVI. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi* (575–581), Gaziosmanpaşa Üniversitesi.

Yorulmaz, A., Uysal, H., & Çokçaliskan, H. (2021). Pre-service primary school teachers' metacognitive awareness and beliefs about mathematical problem solving. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education), 6*(3), 239-259. https://doi.org/10.23917/jramathedu.v6i3.14349.